

Provkonstruktion

Årskurs: Gymnasiet

Ämne: Matematik

Tema: Introduktion till derivata

Syfte

Syftet med provet är att bedöma elevernas förståelse och tillämpning av grundläggande koncept inom derivata, samt deras förmåga att lösa problem med hjälp av derivator inom matematik.

Koppling till styrdokument

Centralt innehåll

Provets centrala innehåll kopplas till följande citat i läroplanen: "Derivata av funktioner, tolkning av derivatan som förändringshastighet och tillämpningar av derivata".

Kunskapskrav

Provets kunskapskrav omfattar följande centrala punkter:

- Resonera kring och tillämpa grundläggande begrepp inom derivata, inklusive derivatans betydelse.
- Använda derivata för att lösa matematiska problem och tillämpa i konkreta situationer.

Prov

Faktafrågor

1. Vad är definitionen av derivata?
 - A. En funktion av flera variabler
 - B. En funktion som aldrig förändras
 - **C. Gränsvärdet av kvoten mellan förändring i funktion och förändring i variabel**
 - D. En konstant
2. Vad beskriver derivatan av en funktion vid en viss punkt?
 - **A. Lutningen på tangenten till kurvan vid den punkten**
 - B. Värdet av funktionen vid den punkten
 - C. Den största punkten på kurvan
 - D. Avståndet mellan två punkter
3. Vilken av följande funktioner har en konstant derivata?
 - **A. $f(x) = 5$**

- B. $f(x) = x^2$
 - C. $f(x) = \sin(x)$
 - D. $f(x) = e^x$
4. Vad representerar derivatan av en positionsfunktion?
- A. Acceleration
 - **B. Hastighet**
 - C. Sträcka
 - D. Tid
5. Vad är den första derivatan av $f(x) = x^3 - 3x + 2$?
- A. $2x - 3$
 - B. $3x^2 - 3$
 - **C. $3x^2 - 3$**
 - D. $x^2 + 3$
6. Om $f'(x) > 0$ för ett intervall, vad kan man säga om $f(x)$?
- A. $f(x)$ är konstant
 - B. $f(x)$ är avtagande
 - **C. $f(x)$ är växande**
 - D. $f(x)$ är negativ
7. Vilket tal representerar lutningen på kurvan $y = x^2$ vid punkten $(1,1)$?
- **A. 2**
 - B. 1
 - C. 0
 - D. 3
8. Om $f(2) = 3$ och $f'(2) = 5$, vad är värdet av tangenten vid denna punkt?
- A. 8
 - **B. 13**
 - C. 3
 - D. 5
9. Vad kallas ett värde där derivatan är lika med noll?
- **A. Extrempunkt**
 - B. Skärningspunkt
 - C. Vändpunkt
 - D. Asymptot
10. En funktion är växande på ett intervall när dess derivata är:
- A. Positiv
 - **B. Större än noll**
 - C. Noll
 - D. Negativ
11. Vad är derivatan av $f(x) = \ln(x)$?
- A. $1/x^2$
 - **B. $1/x$**
 - C. x^2
 - D. e^x
12. Vilket av följande påståenden är sant om den andra derivatan?
- **A. Den visar om funktionen är konvex eller konkav**

- B. Den kan aldrig vara noll
 - C. Den är alltid positiv
 - D. Den visar lutningen av funktionen
13. Vad innebär det om en funktion har en negativ andra derivata på ett intervall?
- A. Funktionen minskar
 - B. Funktionen ökar
 - **C. Funktionen är konvex nedåt**
 - D. Funktionen är linjär
14. Vilken av följande är en tillämpning av derivata i verkliga livet?
- A. Att beräkna arean av en cirkel
 - **B. Att analysera hastighetsförändringar i ett fordon**
 - C. Att lösa ekvationer
 - D. Att beräkna volymen av en kub
15. Vad är tangentens ekvation vid punkten $(2, f(2))$ om $f'(2) = 3$?
- A. $y = 3x + 1$
 - **B. $y - f(2) = 3(x - 2)$**
 - C. $y = 3x - 2$
 - D. $y = x + 2$

Resonerande frågor

1. Förklara begreppet derivata och dess betydelse i matematik.
 - Syftet är att se hur väl eleven kan formulera och förklara derivatan i egna ord.
2. Diskutera hur derivatan kan användas för att bestämma extrema värden av en funktion.
 - Här ges eleven möjlighet att visa sin förståelse för tillämpningar av derivata.
3. Ge exempel på en verklig situation där du skulle behöva använda derivata.
 - Denna fråga testar elevens förmåga att koppla teori till praktik.
4. Beskriv skillnaden mellan första och andra derivatan.
 - Syftet är att bedöma elevens förståelse för olika typer av derivator och vad de representerar.
5. Hur kan du bestämma om en punkt på en kurva är en lokal extrempunkt?
 - Med denna fråga bedöms elevens förmåga att tillämpa sina kunskaper i praktiska kontexter.
6. Vad innebär det att en funktion är konvex och hur påverkar det dess derivata?
 - Här ges eleven möjlighet att visa sin förståelse för konceptet konvexitet och dess relation till derivata.
7. Redogör för metoder som kan användas för att beräkna derivatan av en funktion.
 - Denna fråga syftar till att uppmuntra eleven att tänka på olika

strategier för att beräkna derivator.

8. Diskutera hur derivatan används inom ett specifikt område, som fysik eller ekonomi.
 - Syftet är att visa hur derivatan har en viktig roll i olika discipliner, och att eleven kan analysera och ge exempel på detta.

Bedömning

Provet bedöms enligt följande system:

- **Faktafrågor (15 poäng totalt):** Varje korrekt svar ger 1 poäng.
- **Resonerande frågor (8 poäng totalt):** Varje korrekt och välformulerad förklaring ger mellan 1 och 2 poäng beroende på djup och korrekthet.

Poängkrav:

- **E-nivå:** Minst 8 poäng (varav minst 0 poäng från resonerande frågor).
- **C-nivå:** Minst 12 poäng (varav minst 3 poäng från resonerande frågor).
- **A-nivå:** Minst 18 poäng (varav minst 5 poäng från resonerande frågor).

Tags: [Gymnasiet](#), [Matematik](#)