Delprov B	Uppgift 1-10. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 11-15. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 64 poäng varav 23 E-, 22 C- och 19 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 16 poäng
D: 25 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 33 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 43 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 52 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. För polynomfunktionen f gäller att $f(x) = 3x^4 + 7x^2 + 3$

a) Vilken grad har funktionen f? _____ (1/0/0)

b) Bestäm $f'(x)$. _____ (1/0/0)

2. Ange två olika primitiva funktioner till $f(x) = 7x + 4$

_____ och _____ (2/0/0)

3. Under de första sekunderna efter start kan sträckan som en bil färdas beskrivas med $s(t) = 3t + t^2$ där s är sträckan i meter och t är tiden i sekunder.

Bestäm bilens hastighet v som funktion av tiden t.

$v(t) =$ _____ (1/0/0)

4. Lös ekvationen $(x+2)(x-3)(x+4) = 0$ _____ (1/0/0)

5. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

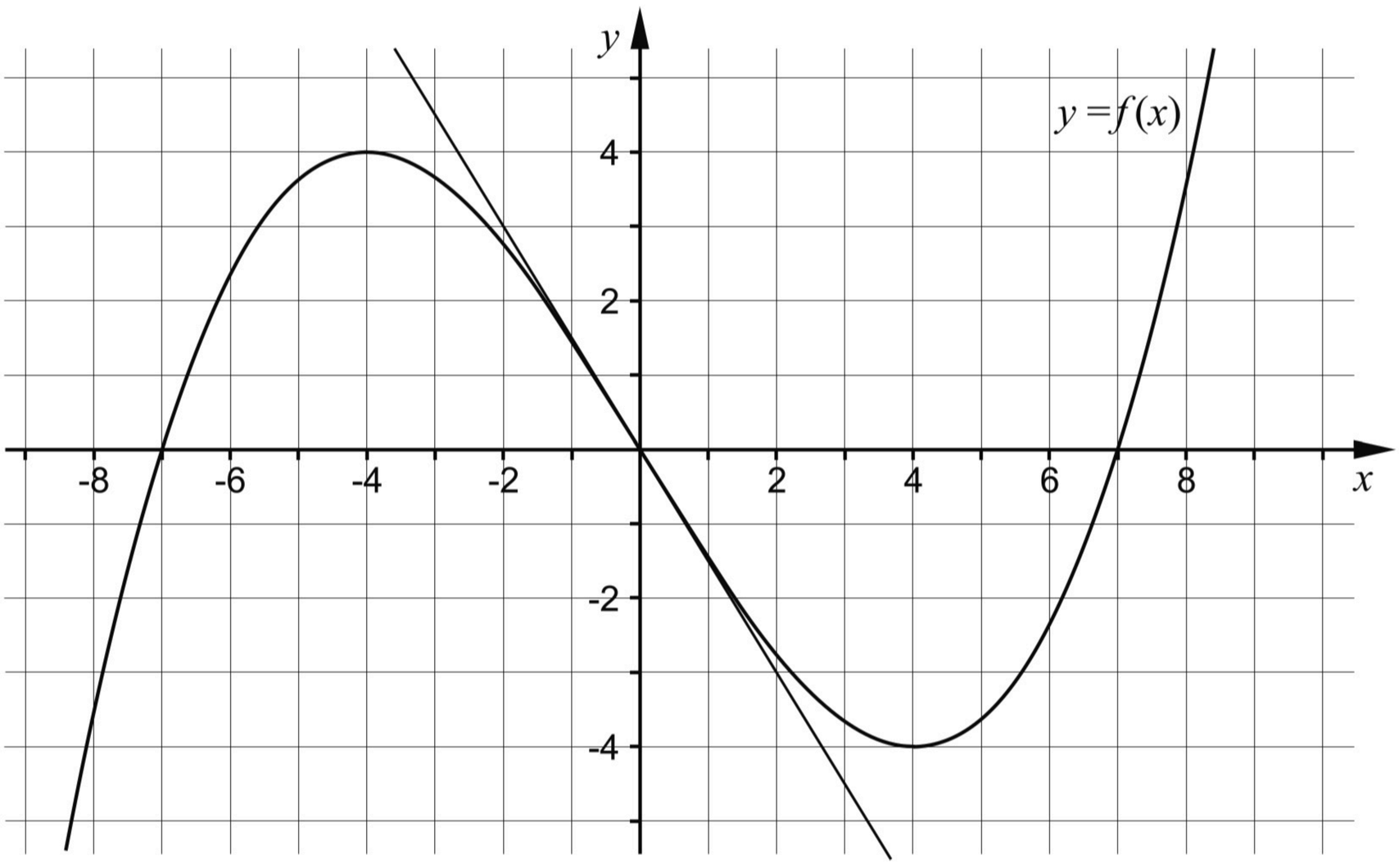
a) $16 + (x^3 + 4)(x^3 - 4)$ _____ (1/0/0)

b) $\dfrac{x}{(x+4)^9} + \dfrac{4}{(x+4)^9}$ _____ (0/1/0)

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

6. Figuren nedan visar grafen till en tredjegradsfunktion f och en tangent som tangerar grafen i origo.



a) Bestäm derivatans nollställen. _____ (1/0/0)

b) Bestäm $f'(0)$. _____ (1/0/0)

c) Skissa grafen till funktionens derivata i koordinatsystemet ovan. (0/1/1)

7. Den geometriska summan $2-2\cdot1{,}5+2\cdot1{,}5^2-2\cdot1{,}5^3+\ldots-2\cdot1{,}5^{19}$ är lika med ett av alternativen A-H. Vilket?

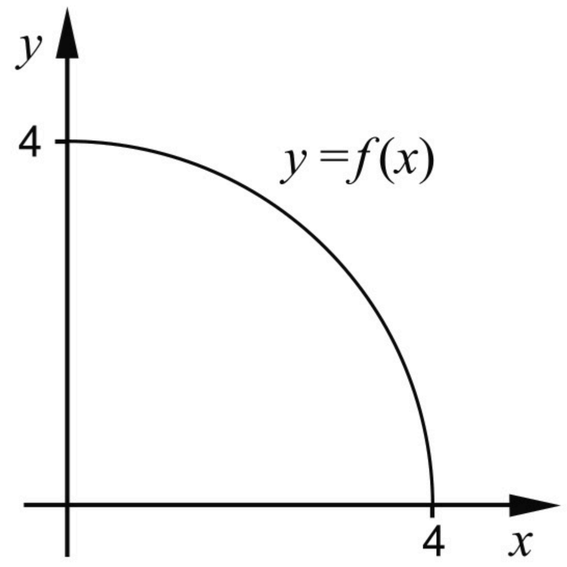
A. $2\cdot\frac{(-1{,}5)^{18}-1}{-1{,}5-1}$	B. $2\cdot\frac{(-1{,}5)^{19}-1}{-1{,}5-1}$	C. $2\cdot\frac{(-1{,}5)^{20}-1}{-1{,}5-1}$	D. $2\cdot\frac{(-1{,}5)^{21}-1}{-1{,}5-1}$
E. $2\cdot\frac{1{,}5^{18}-1}{1{,}5-1}$	F. $2\cdot\frac{1{,}5^{19}-1}{1{,}5-1}$	G. $2\cdot\frac{1{,}5^{20}-1}{1{,}5-1}$	H. $2\cdot\frac{1{,}5^{21}-1}{1{,}5-1}$

_____ (0/1/0)

Allgot.se

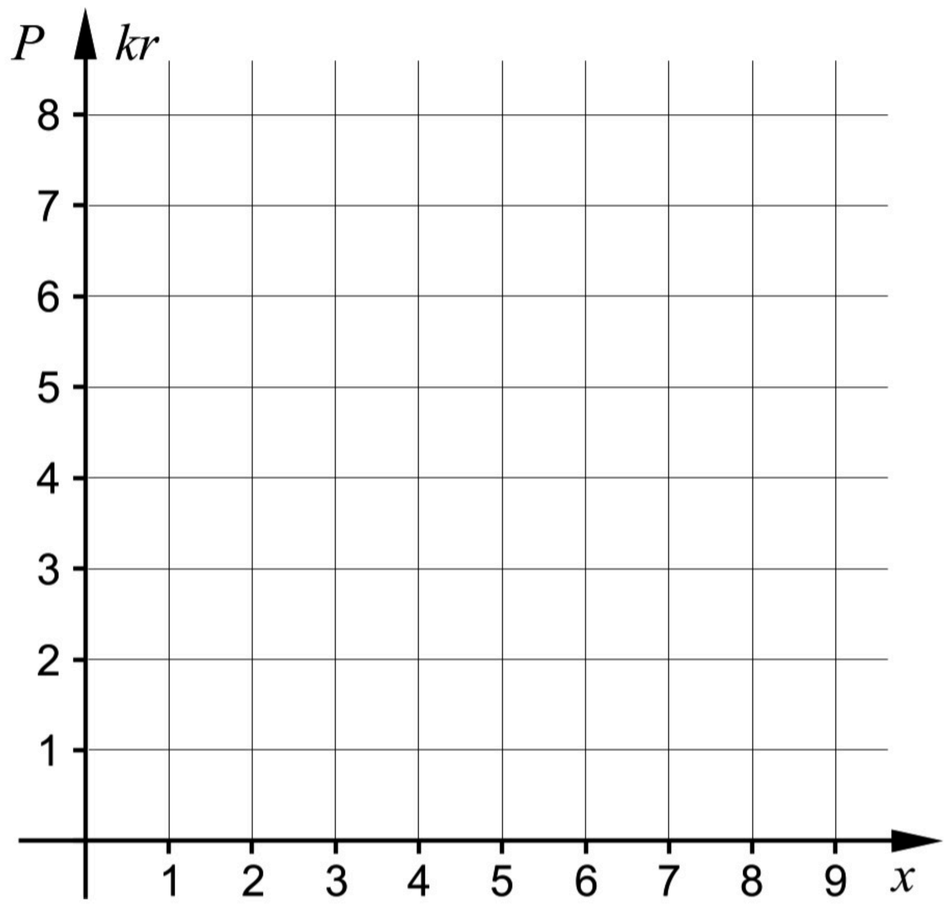
Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

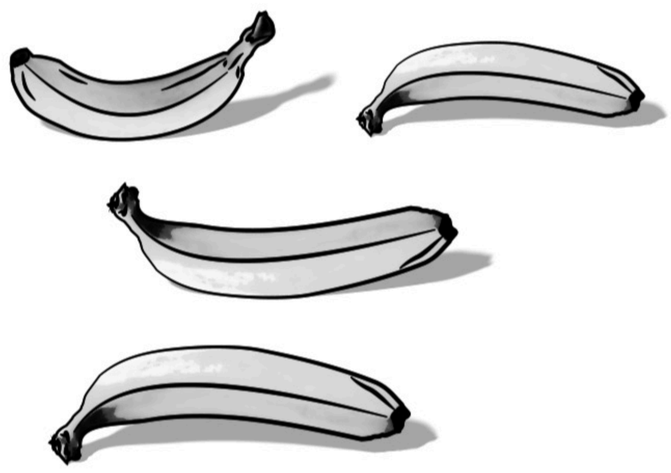
8. Grafen till funktionen f bildar en kvartscirkel i första kvadranten.



Bestäm $\int_0^4 f(x)\,dx$. Svara exakt. _____ (0/1/0)

9. I Hagaskolans cafeteria kostar bananer 2 kr per styck. Priset P kr är en funktion av antalet bananer x. Rita in grafen till funktionen i intervallet $1 \leq x \leq 4$ i koordinatsystemet nedan.



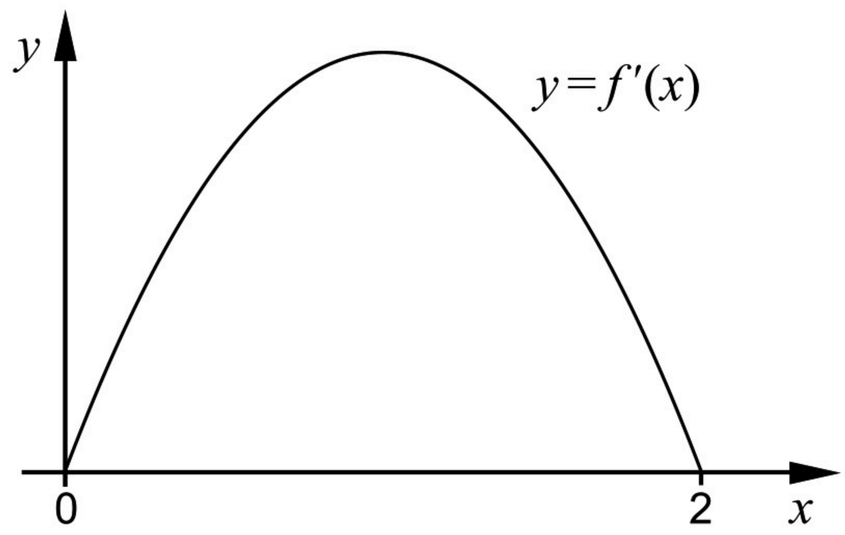


(0/1/0)

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

10. Funktionen f har derivatan f'. Figuren nedan visar grafen till f'.
Avgör vilket påstående A-F som *alltid* är sant.



A. $f(2)$ är positiv

B. $f(2) - f(0)$ är positiv

C. $f(1)$ är noll

D. $f(0)$ är noll

E. $f(1) - f(2)$ är positiv

F. $f(0) - f(1)$ är positiv

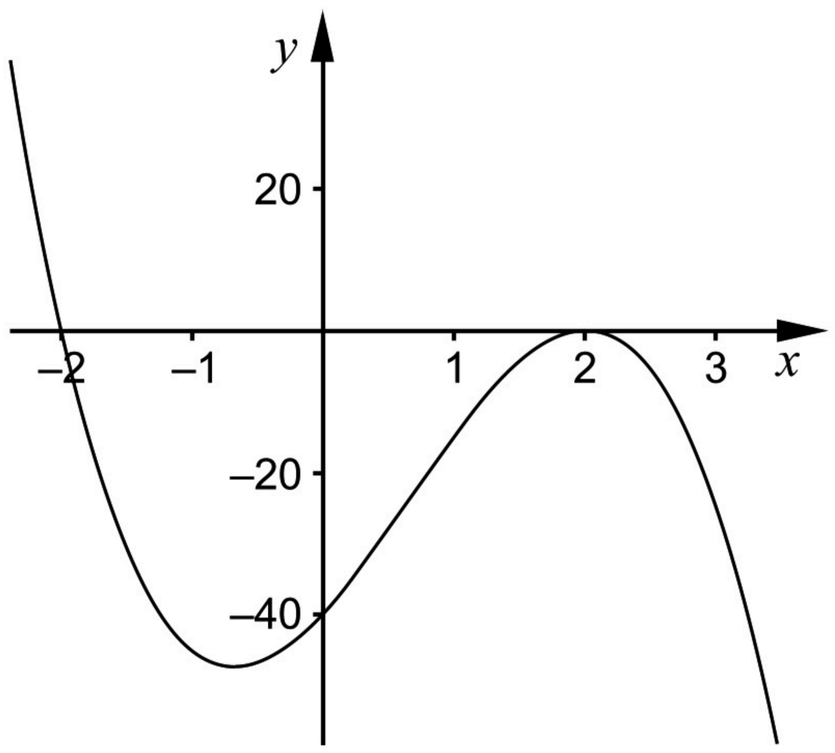
_____ (0/0/1)

Allgot.se

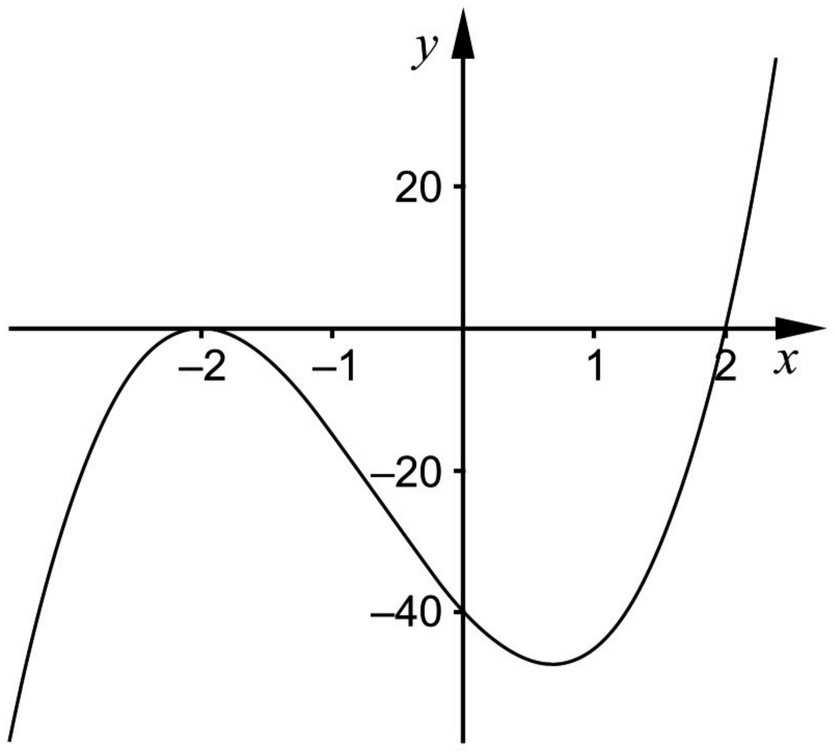
Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. Figurerna A och B nedan visar graferna till två tredjegradsfunktioner.



Figur A



Figur B

a) Vilken av figurerna visar grafen till en tredjegradsfunktion f där $f'(2) = 0$? Motivera ditt svar. (1/0/0)

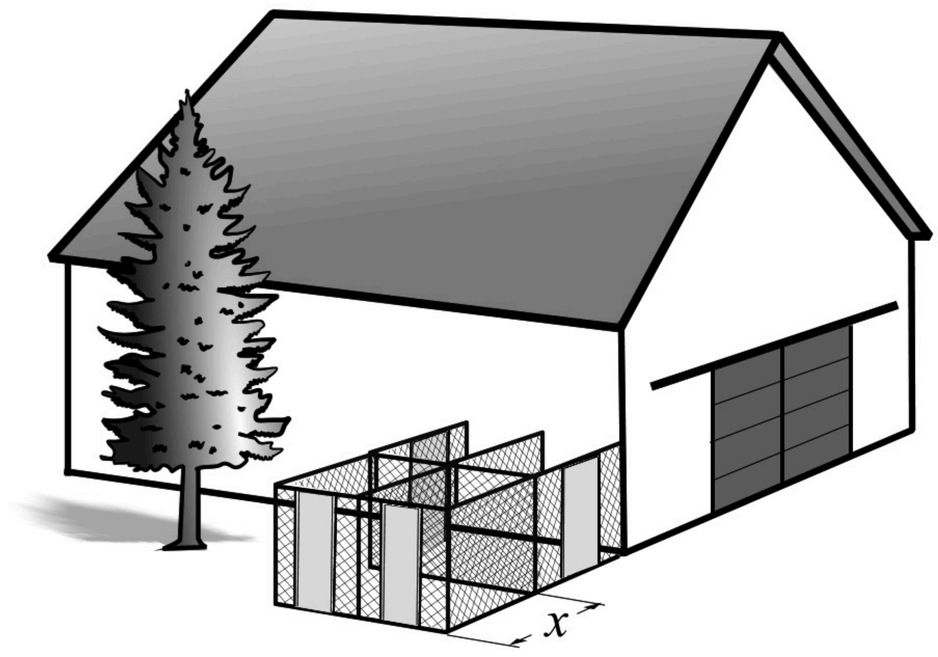
b) Vilken av figurerna visar grafen till $f(x) = 5(x-2)(x+2)^2$? Motivera ditt svar. (0/1/0)

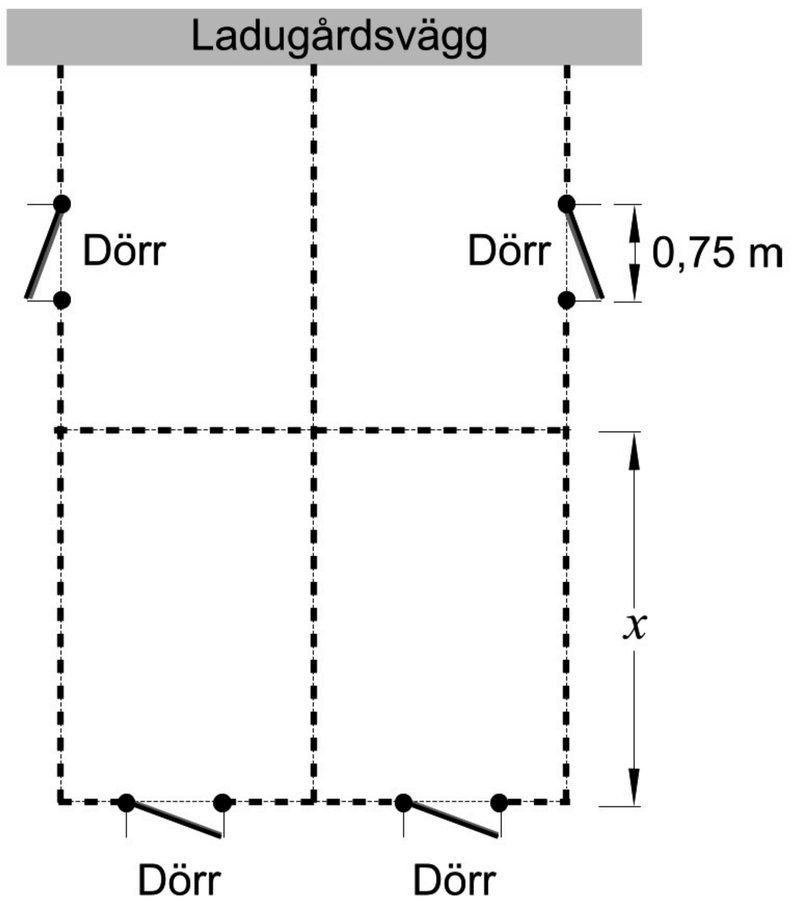
Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

12. Karin ska bygga fyra rektangulära rastgårdar till sina hundar. Alla fyra rastgårdar ska ha samma mått och inhägnas med stängsel.

Karin har 45 m stängsel och fyra dörrar som hon ska använda till rastgårdarna. Två av rastgårdarna byggs mot en ladugårdsvägg. Därför behövs inte stängsel på den sida som utgörs av ladugårdsväggen. Dörrarna är 0,75 m breda, lika höga som stängslet och ska placeras enligt figuren.





Arean för var och en av rastgårdarna ges av funktionen $A(x) = 12x - 1{,}5x^2$ där A är arean i m^2 och x är längden av rastgårdens ena sida i m, se figur.

a) Bestäm med hjälp av derivata det värde på x som ger varje rastgård så stor area som möjligt. (2/0/0)

b) Visa att arean av en rastgård ges av funktionen $A(x) = 12x - 1{,}5x^2$ (0/0/3)

13. Lös ekvationen $\frac{6}{x-3} - \frac{18}{x(x-3)} = 2$ (0/3/0)

14. Beräkna $\int_0^4 e^{\frac{x}{2}}\,dx$. Svara exakt. (0/2/0)

15. Bestäm konstanten A så att $\lim_{x\to\infty} \frac{Ax}{4x + A} = \frac{1}{7}$ (0/0/3)

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Delprov D	Uppgift 16-24. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 64 poäng varav 23 E-, 22 C- och 19 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 16 poäng
D: 25 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 33 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 43 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 52 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Allgot.se

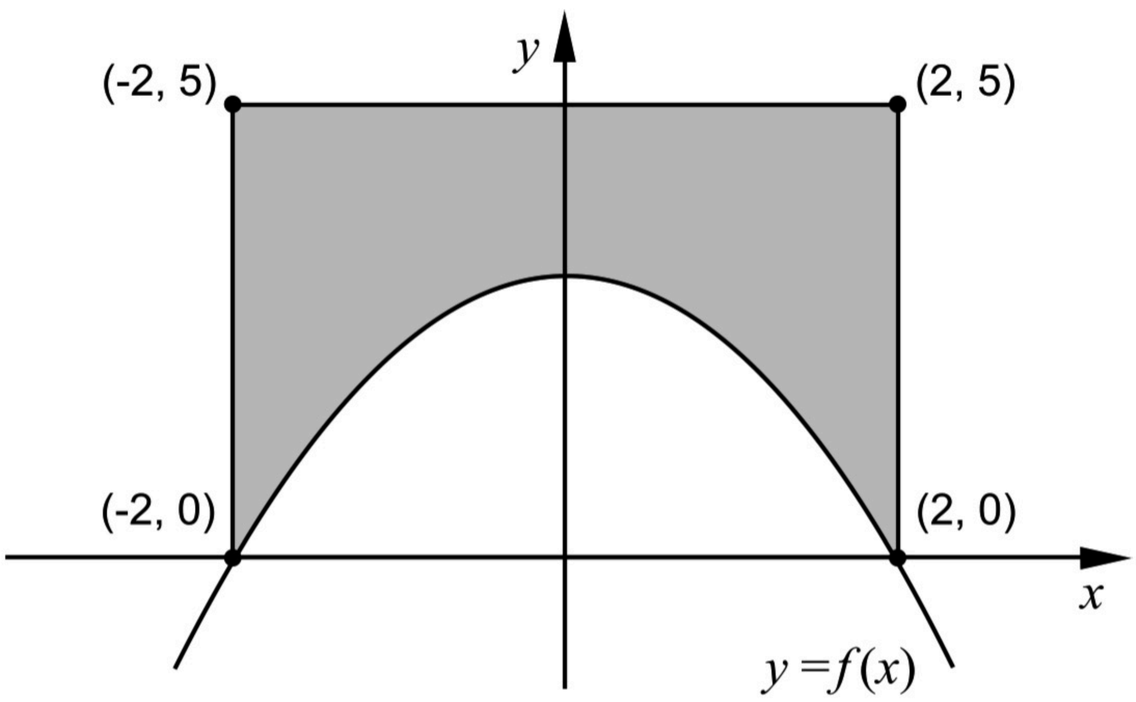
Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

16. Bestäm de värden på x för vilka det gäller att grafen till $f(x) = x^3 - 0{,}88x$ har lutningen 5 (2/0/0)

17. Lös ekvationen $x(x^2 - 5) = 5(2 - x)$ (2/0/0)

18. Figuren nedan visar grafen till $f(x) = -0{,}75x^2 + 3$ och en rektangel. Rektangeln har sina hörn i punkterna (–2, 0), (–2, 5), (2, 0) och (2, 5).



a) Använd figuren och förklara med ord varför $\int_{-2}^{0} f(x)\,dx = \int_{0}^{2} f(x)\,dx$ (1/1/0)

b) Bestäm arean av det skuggade området. (2/1/0)

19. Andrea ska börja spara pengar på ett konto genom att i början av varje år sätta in samma belopp. Hon vill spara ihop 50 000 kr till en resa. Hon tänker göra sin första insättning i början av år 2014 och den sista i början av år 2020. Hon räknar med att årsräntan kommer att vara 2 % under hela tidsperioden.

Hur stort belopp ska hon sätta in varje gång om hon vill ha 50 000 kr på kontot omedelbart efter den sista insättningen? (0/2/0)

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

20. Idag finns det cirka 7 miljarder människor på jorden. En modell som beskriver antalet människor på jorden som funktion av tiden är

$$N(t) = \frac{11}{1 + 3{,}4e^{-0{,}03 \cdot t}}$$

där N är antalet människor i miljarder och t är tiden i år efter 1950.

a) Bestäm antalet människor på jorden år 1950. (1/0/0)

b) Enligt modellen kommer antalet människor på jorden med tiden att närma sig en övre gräns. Bestäm denna övre gräns för antalet människor med hjälp av modellen. (0/3/0)

21. För en funktion f gäller att $f(x) = (x-a)(x-b)$ där a och b är konstanter. Bestäm det samband som ska gälla mellan a och b för att grafen till f ska ha en tangent med lutningen 2 då $x = 4$ (0/3/0)

22. För polynomfunktionen f gäller att $f'(x) > 0$ för alla x. Undersök hur många reella lösningar ekvationen $f(x) = 0$ har. (0/0/2)

23. Albins vikt kan beskrivas med funktionen $V(t) = 0{,}10t^3 - 1{,}23t^2 + 6{,}51t + 3{,}72$ där vikten V kg är en funktion av tiden t år efter födseln. Funktionen gäller under hans åtta första levnadsår.

Den hastighet som Albins vikt ökar med varierar. Bestäm vilka värden hastigheten kan anta under Albins åtta första levnadsår.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

24. Anton och Amanda har fått i uppdrag att baka bullar och kakor som de ska sälja för att få pengar till en skolresa. De skriver upp de två recepten på ett papper och bestämmer att vinsten ska vara 4 kr per bulle och 2 kr per kaka.

Recept för 100 bullar

2400 gram mjöl
500 gram smör
---
180 gram socker
2,5 paket jäst
1,5 liter mjölk
1 tesked salt

Vinst: 4 kr per bulle

Recept för 100 kakor

600 gram mjöl
500 gram smör
---
170 gram socker
4 teskedar bakpulver
6 teskedar vaniljsocker

Vinst: 2 kr per kaka

Anton och Amanda vill göra så stor vinst som möjligt samtidigt som de funderar på om de ska baka av båda sorterna eller om det räcker med att bara baka en av sorterna. De räknar med att sälja allt de bakar.

För att veta hur mycket de kan baka tar de reda på hur mycket smör och mjöl de har hemma. Tillsammans har de 4800 gram mjöl och 1750 gram smör.

Bestäm den maximala vinst som Anton och Amanda kan göra på sin bakning.
Du behöver bara ta hänsyn till hur mycket mjöl och smör som går åt. (0/0/4)

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Till eleven - Information inför det muntliga delprovet

Du kommer att få en uppgift som du ska lösa skriftligt och sedan ska du presentera din lösning muntligt. Om du behöver får du ta hjälp av dina klasskamrater, din lärare och ditt läromedel när du löser uppgiften. Din muntliga redovisning börjar med att du presenterar vad uppgiften handlar om och sedan får du beskriva och förklara din lösning. Du ska redovisa alla steg i din lösning. Däremot, om du har gjort samma beräkning flera gånger (till exempel i en värdetabell) så kan det räcka med att du redovisar några av beräkningarna. Din redovisning är tänkt att ta maximalt 5 minuter och ska göras för en mindre grupp klasskamrater och din lärare.

Den uppgift som du får ska i huvudsak lösas för hand, algebraiskt. Det kan hända att du behöver en miniräknare för att göra en del beräkningar men du ska inte hänvisa till grafritande och/eller symbolhanterande funktioner på räknaren (om du har en sådan typ av räknare) när du redovisar din lösning.

Vid bedömningen av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är
Din redovisning ska innehålla de delar som behövs för att dina tankar ska gå att följa och förstå. Det du säger bör komma i lämplig ordning och inte innehålla någonting onödigt. Den som lyssnar ska förstå hur beräkningar, beskrivningar, förklaringar och slutsatser hänger ihop med varandra.

Hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning
Din redovisning bör innehålla både beskrivningar och förklaringar. Man kan enkelt säga att en beskrivning svarar på frågan *hur* och en förklaring svarar på frågan *varför*. Du beskriver något när du till exempel berättar *hur* du har gjort en beräkning. Du förklarar något när du motiverar *varför* du till exempel kunde använda en viss formel.

Hur väl du använder den matematiska terminologin
När du redovisar bör du använda ett språk som innehåller matematiska termer, uttryckssätt och symboler som är lämpliga utifrån den uppgift du har löst.

Matematiska termer är ord som till exempel ”exponent”, ”funktion” och ”graf”.
Ett exempel på ett matematiskt uttryckssätt är att x^2 utläses ”x upphöjt till 2” eller ”x i kvadrat”.
Några exempel på matematiska symboler är π och $f(x)$, vilka utläses ”pi” och ”f av x”.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Uppgift 1.

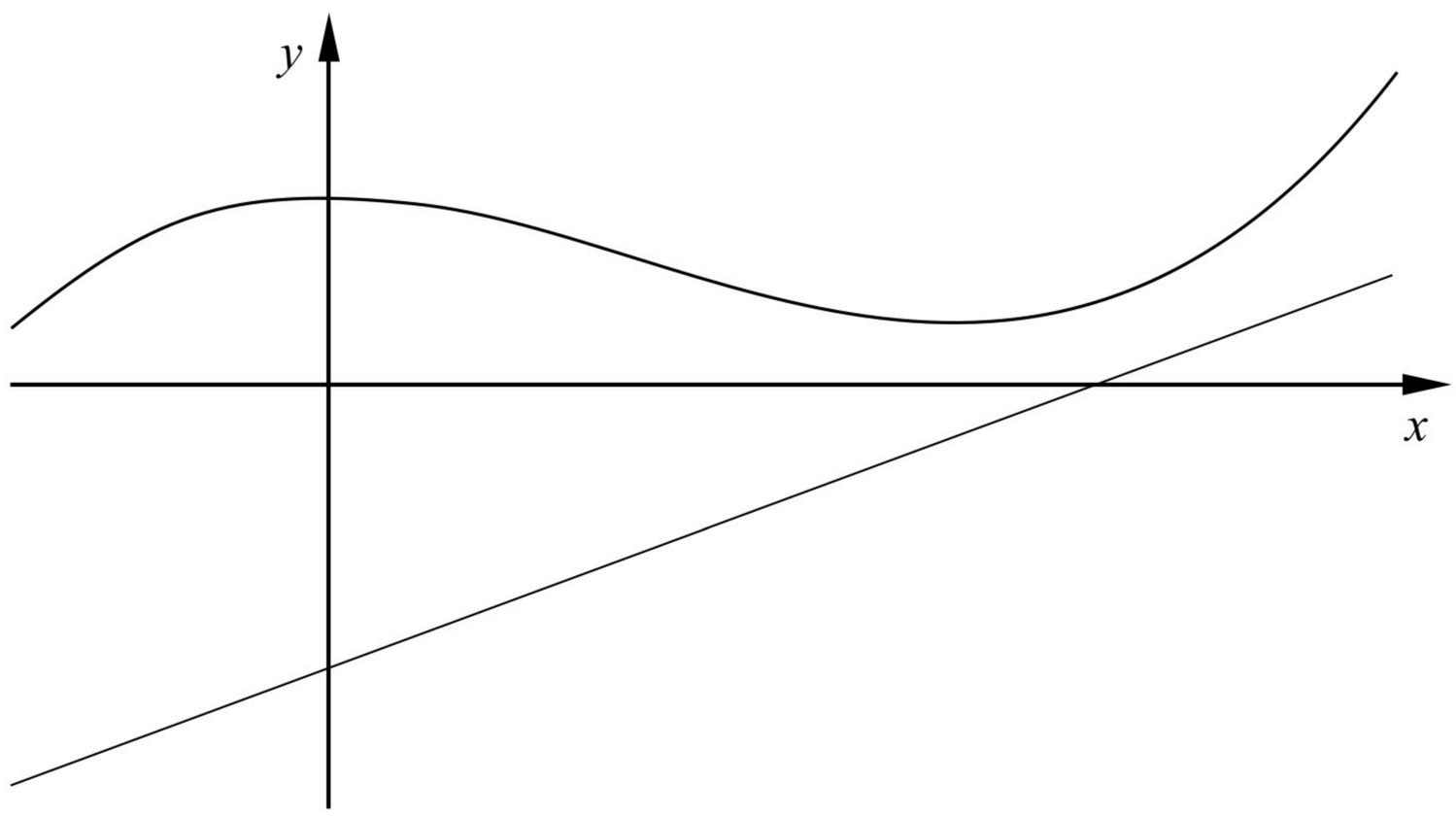
Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Bestäm det kortaste avståndet i y-led mellan graferna till funktionerna f och g där

$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 12$ och $g(x) = 7{,}5x - 18$ då $x > 0$



Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

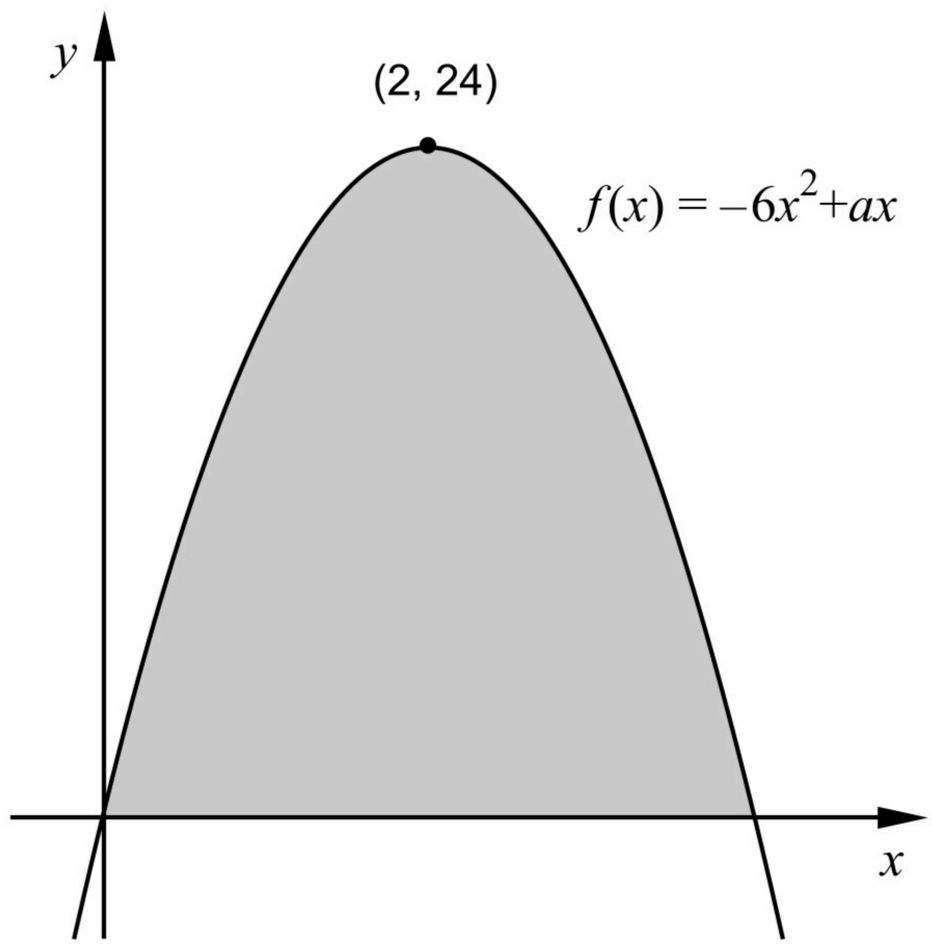
Uppgift 2.

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

För funktionen f gäller att $f(x) = -6x^2 + ax$ där a är en konstant. Grafen till funktionen f har en maximipunkt (2, 24), se figur.



Bestäm arean av det skuggade området som begränsas av grafen till funktionen $f(x) = -6x^2 + ax$ och x-axeln.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Uppgift 3.

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

I den här uppgiften ska du undersöka funktionen $v = 3x + y$

För de två variablerna x och y gäller villkoren:

$$\begin{cases} 2x + y \geq 14 \\ x + 2y \leq 16 \\ y \geq 2 \end{cases}$$

Bestäm det största och det minsta värde som funktionen $v = 3x + y$ kan anta.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

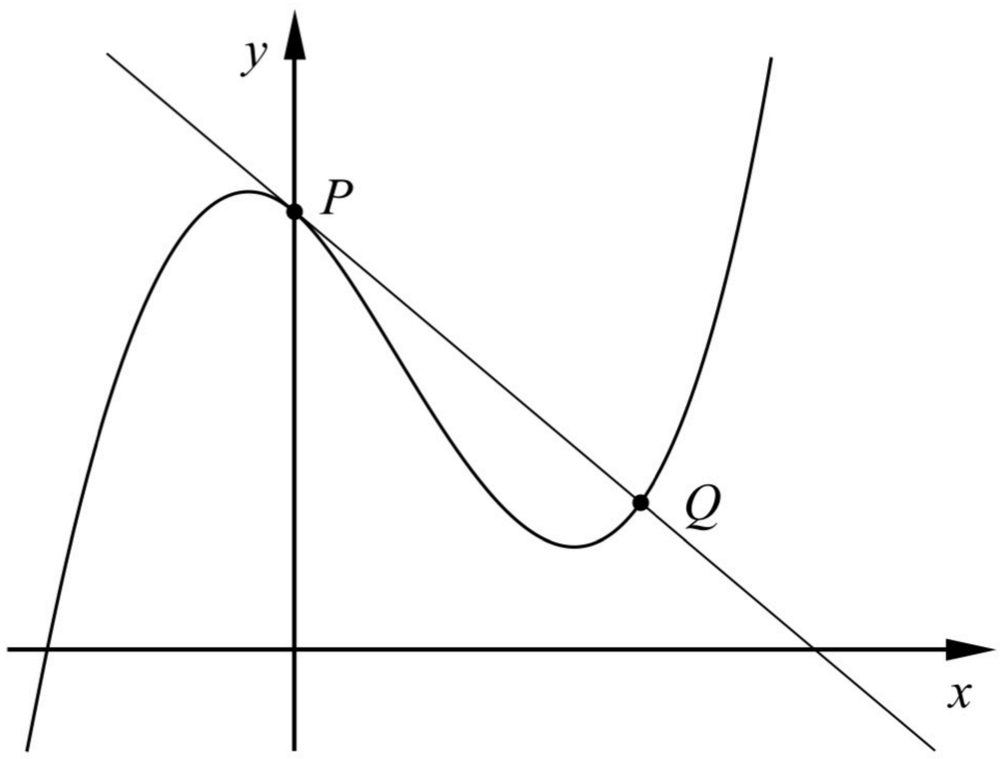
Uppgift 4.

Namn:_____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Figuren visar kurvan $y = 2x^3 - 4x^2 - 3x + 9$ och kurvans tangent i punkten P där $x = 0$
Denna tangent skär kurvan i en annan punkt Q.



Bestäm koordinaterna för punkten Q.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Bedömningsmatris för bedömning av muntlig kommunikativ förmåga

Kommunikativ förmåga	**E**	**C**	**A**	**Max**
Fullständighet, relevans och struktur Hur fullständig, relevant och strukturerad elevens redovisning är.	Redovisningen kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Det finns en övergripande struktur men redovisningen kan bitvis vara fragmentarisk eller rörig. (1/0/0)		Redovisningen är fullständig och endast relevanta delar ingår. Redovisningen är välstrukturerad. (1/0/1)	(1/0/1)
Beskrivningar och förklaringar Förekomst av och utförlighet i beskrivningar och förklaringar.	Någon förklaring förekommer men tyngdpunkten i redovisningen ligger på beskrivningar. Utförligheten i de beskrivningar och de förklaringar som framförs kan vara begränsad. (1/0/0)		Redovisningen innehåller tillräckligt med utförliga beskrivningar och förklaringar. (1/0/1)	(1/0/1)
Matematisk terminologi Hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse vid enstaka tillfällen i redovisningen. (1/0/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom delar av redovisningen. (1/1/0)	Eleven använder matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen genom hela redovisningen. (1/1/1)	(1/1/1)
Summa				(3/1/3)

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning 3
Bedömningsanvisningar 3
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga 4
Provsammanställning – Kunskapskrav 5
Provsammanställning – Centralt innehåll 6
Kravgränser 7
Resultatsammanställning 7
Bedömningsformulär 8
Bedömningsanvisningar 9
Delprov B 9
Delprov C 11
Delprov D 12
Bedömda elevlösningar 16
Uppgift 6c 16
Uppgift 11b 17
Uppgift 12b 18
Uppgift 15 19
Uppgift 18a 21
Uppgift 18 22
Uppgift 20 24
Uppgift 22 26
Uppgift 23 28
Uppgift 24 30
Ur ämnesplanen för matematik 33
Kunskapskrav Matematik kurs 3b och 3c 34
Centralt innehåll Matematik kurs 3b 35

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankgången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga
Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 3b i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 6c_1 och 6c_2 den första respektive andra poängen i uppgift 6c.

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
A	M_1				1								
	M_2												1
	M_3				1								
	M_4												1
	M_5				1								
	M_6								1				
	M_7												1
B	1a	1											
	1b		1										
	2_1		1										
	2_2	1											
	3			1									
	4	1											
	5a		1										
	5b						1						
	6a	1											
	6b	1											
	6c_1					1							
	6c_2									1			
	7					1							
	8					1							
	9					1							
	10									1			
C	11a				1								
	11b								1				
	12a_1		1										
	12a_2		1										
	12b_1											1	
	12b_2											1	
	12b_3												1
	13_1						1						
	13_2						1						
	13_3								1				
	14_1						1						
	14_2						1						
	15_1											1	
	15_2												1
	15_3												1
D	16_1			1									
	16_2			1									
	17_1		1										
	17_2		1										
	18a_1				1								
	18a_2												1
	18b_1			1									
	18b_2			1									
	18b_3												1
	19_1							1					
	19_2							1					
	20a			1									
	20b_1							1					
	20b_2							1					
	20b_3								1				
	21_1							1					
	21_2							1					
	21_3							1					
	22_1												1
	22_2												1
	23_1											1	
	23_2											1	
	24_1											1	
	24_2											1	
	24_3											1	
	24_4												1
	Total	**5**	**7**	**6**	**5**	**4**	**5**	**7**	**6**	**2**	**0**	**8**	**9**
Σ	**64**	**23**				**22**				**19**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 3b i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

Del-prov	Uppg.	Nivå				Centralt innehåll Kurs Ma3b													
					Algebra		Samband och förändring											Problem-lösning		
		E	C	A	A1	A2	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14	F15	F16	P1	P3	P4
A		3	1	3																
B	1a	1	0	0	X															
	1b	1	0	0						X	X									
	2	2	0	0												X				
	3	1	0	0						X	X									
	4	1	0	0	X	X														
	5a	1	0	0	X															
	5b	0	1	0	X															
	6a	1	0	0						X			X		X					
	6b	1	0	0									X							
	6c	0	1	1						X					X					
	7	0	1	0			X													
	8	0	1	0												X	X			
	9	0	1	0				X												
	10	0	0	1						X					X					
C	11a	1	0	0						X			X		X					
	11b	0	1	0					X	X	X		X							
	12a	2	0	0						X	X		X	X						
	12b	0	0	3	X															
	13	0	3	0	X															
	14	0	2	0												X	X			
	15	0	0	3				X										X		
D	16	2	0	0						X	X		X		X			X		
	17	2	0	0	X	X														
	18a	1	1	0												X				
	18b	2	1	0												X	X	X		
	19	0	2	0			X											X	X	
	20a	1	0	0								X								
	20b	0	3	0				X				X						X	X	
	21	0	3	0						X	X		X					X		
	22	0	0	2						X					X					
	23	0	0	2	X					X	X		X	X	X			X	X	
	24	0	0	4			X											X	X	
Total		23	22	19																

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Kravgränser

Provet består av ett muntligt delprov (Delprov A) och tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 64 poäng varav 23 E-, 22 C- och 19 A-poäng. Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla fyra delprov, det vill säga Delprov A, B, C och D.

Kravgräns för provbetyget
E: 16 poäng
D: 25 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 33 poäng varav 13 poäng på minst C-nivå
B: 43 poäng varav 6 poäng på A-nivå
A: 52 poäng varav 11 poäng på A-nivå

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Bedömningsformulär

Elev:_____ Klass:_____ Provbetyg: _____

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
A	M_1												
	M_2												
	M_3												
	M_4												
	M_5												
	M_6												
	M_7												
B	1a												
	1b												
	2_1												
	2_2												
	3												
	4												
	5a												
	5b												
	6a												
	6b												
	6c_1												
	6c_2												
	7												
	8												
	9												
	10												
C	11a												
	11b												
	12a_1												
	12a_2												
	12b_1												
	12b_2												
	12b_3												
	13_1												
	13_2												
	13_3												
	14_1												
	14_2												
	15_1												
	15_2												
	15_3												

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	16_1												
	16_2												
	17_1												
	17_2												
	18a_1												
	18a_2												
	18b_1												
	18b_2												
	18b_3												
	19_1												
	19_2												
	20a												
	20b_1												
	20b_2												
	20b_3												
	21_1												
	21_2												
	21_3												
	22_1												
	22_2												
	23_1												
	23_2												
	24_1												
	24_2												
	24_3												
	24_4												
	Total												
Σ													

	Total	5	7	6	5	4	5	7	6	2	0	8	9
Σ	64	23				22				19			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar (4) +1 E_B

b) Korrekt svar $(f'(x) = 12x^3 + 14x)$ +1 E_P

2. **Max 2/0/0**

Anger minst en korrekt primitiv funktion +1 E_P

med korrekt svar (t.ex. $F(x) = \frac{7x^2}{2} + 4x + 1$ och $F(x) = \frac{7x^2}{2} + 4x$) +1 E_B

3. **Max 1/0/0**

Korrekt svar $(3 + 2t)$ +1 E_M

4. **Max 1/0/0**

Korrekt svar ($x_1 = -2$, $x_2 = 3$ och $x_3 = -4$) +1 E_B

5. **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar (x^6) +1 E_P

b) Korrekt svar $\left(\frac{1}{(x+4)^8}\right)$ +1 C_P

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

6. **Max 2/1/1**

a) Godtagbart svar ($x_1 = -4$ och $x_2 = 4$) +1 E_B

Kommentar: Svaren $(-4, 4)$ och $(4, -4)$ samt $(-4, 0)$ och $(4, 0)$ ges noll poäng.

b) Godtagbart svar ($-1{,}5$) +1 E_B

c) Godtagbart skissad rättvänd andragradskurva med nollställen $x = \pm 4$ +1 C_B

med minimipunkt i (0; –1,5) +1 A_B

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

7. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (Alternativ C: $2 \cdot \frac{(-1{,}5)^{20} - 1}{-1{,}5 - 1}$) +1 C_B

8. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (4π) +1 C_B

9. **Max 0/1/0**

Godtagbart ritad graf till diskret funktion (Markering av punkterna $(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$ och $(4, 8)$) +1 C_B

10. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (Alternativ B: $f(2) - f(0)$ är positiv) +1 A_B

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Delprov C

11. **Max 1/1/0**

a) Godtagbart svar (t.ex. ”Figur A eftersom den har en maximipunkt då $x = 2$.”) +1 E_R

b) Godtagbart svar (t.ex. ”Figur B eftersom $f(1) = -45$ och det stämmer på den.”) +1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

12. **Max 2/0/3**

a) Godtagbar ansats, bestämmer derivatans nollställe, $x = 4$ +1 E_P

med godtagbar verifiering av maximum +1 E_P

b) Godtagbar ansats, tecknar ett användbart samband t.ex. $6x + 4y - 4 \cdot 0{,}75 = 45$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar härledning av uttrycket för arean +1 A_M

Lösningen (deluppgift b) kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, parenteser, bråkstreck, $A(x)$, x och y , figur med införda beteckningar och längder, termer såsom area, sida samt angivna enheter etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

13. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, skriver om ekvationen korrekt, t.ex. $\dfrac{6x-18}{x(x-3)} = 2$ +1 C_P

med godtagbar fortsättning, löser ekvationen och får roten $x = 3$ +1 C_P

med godtagbar uteslutning av falsk rot, t.ex. ”x kan inte vara 3”, med korrekt svar (Ekvationen saknar lösning) +1 C_R

14. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, bestämmer korrekt primitiv funktion +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar $(2e^2 - 2)$ +1 C_P

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

15. **Max 0/0/3**

Godtagbar lösning av problemet med valfri metod, $\left(A=\frac{4}{7}\right)$ +1 A_{PL}

med godtagbar motivering till varför gränsvärdet är $\frac{A}{4}$,

t.ex. ”$\frac{A}{x}$ blir litet då x blir jättestort.” +1 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara $=, \approx, \infty, \rightarrow$, parenteser, bråkstreck, $\lim_{x\to\infty}$ samt termer såsom gränsvärde och oändligheten etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

16. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. deriverar och tecknar ekvationen $3x^2 - 0{,}88 = 5$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -1{,}4$ och $x_2 = 1{,}4$) +1 E_{PL}

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ritar graferna till $y_1 = x(x^2 - 5)$ och $y_2 = 5(2 - x)$ i grafräknaren +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($x \approx 2{,}15$) +1 E_P

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

18. **Max 3/2/0**

a)

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ”Därför att arean är lika stor på båda sidor om *y*-axeln.” *eller* ”Därför att kurvan är symmetrisk.”	Godtagbart välgrundat resonemang som inkluderar att kurvans symmetri-egenskaper relativt *y*-axeln medför att areorna är lika stora, t.ex. ”Därför att den här andragradskurvan är symmetrisk kring *y*-axeln och då blir arean lika stor på båda sidor om *y*-axeln.”	
1 E_R	1 E_R och 1 C_R	

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt beräkning av $\int_0^2 (-0{,}75x^2 + 3)\mathrm{d}x$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (12 a.e.) +1 E_{PL}

Lösningen (deluppgift a och b) kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, parenteser, bråkstreck, $f(x)$, A, x, $\int \mathrm{d}x$, index samt termer såsom, *x*-koordinat, *y*-koordinat, koordinater, *x*-axel, *y*-axel, punkt, nollställe, symmetri, symmetrilinje, andragradsfunktion, kurva, hörn, maximipunkt, över- och underfunktion, area, sida, längd, rektangel etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $\frac{x(1{,}02^7 - 1)}{1{,}02 - 1} = 50000$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (6726 kr) +1 C_{PL}

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

20. **Max 1/3/0**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar (2,5 miljarder) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, t.ex. ansätter några stora tal i funktionsuttrycket +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (11 miljarder) +1 C_M

Lösningen (deluppgift a och b) kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, ≈, parenteser, bråkstreck, $N(t)$, $N(0)$, t, $\lim_{t\to\infty}$, figur föreställande graf samt termer såsom funktion, graf, kurva, funktionsvärde, lutning, derivata, gränsvärde etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. deriverar funktionen korrekt +1 C_{PL}

med godtagbar fortsättning, t.ex. visar insikt om att ekvationen $f'(4) = 2$ ska lösas +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a + b = 6$) +1 C_{PL}

22. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, inleder ett välgrundat generellt resonemang genom att konstatera att positiv derivata innebär att funktionen är (strängt) växande +1 A_R

med godtagbart slutfört resonemang med korrekt slutsats (1 lösning) +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, visar insikt om att funktionens derivata ska undersökas, t.ex. genom att använda att $V''(t) = 0$ och teckna ekvationen $0{,}6t - 2{,}46 = 0$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning, där $V'(4{,}1)$, $V'(0)$ och $V'(8)$ undersöks, med godtagbart svar (mellan 1,5 kg/år och 6,5 kg/år) +1 A_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

24. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, bestämmer ett system av olikheter som motsvarar kraven, t.ex.

$$\begin{cases} 24x + 6y \leq 4800 \\ 5x + 5y \leq 1750 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$ +1 A_M

med godtagbar fortsättning, väljer och bestämmer korrekt de punkter som ska tas med i vinstberäkningen: (200, 0), (150, 200) och (0, 350) +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (1000 kr) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, ≤, parenteser, figur, termer såsom rät linje, område, koordinatsystem, olikheter, skärningspunkt samt väldefinierade variabler och angivna enheter etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

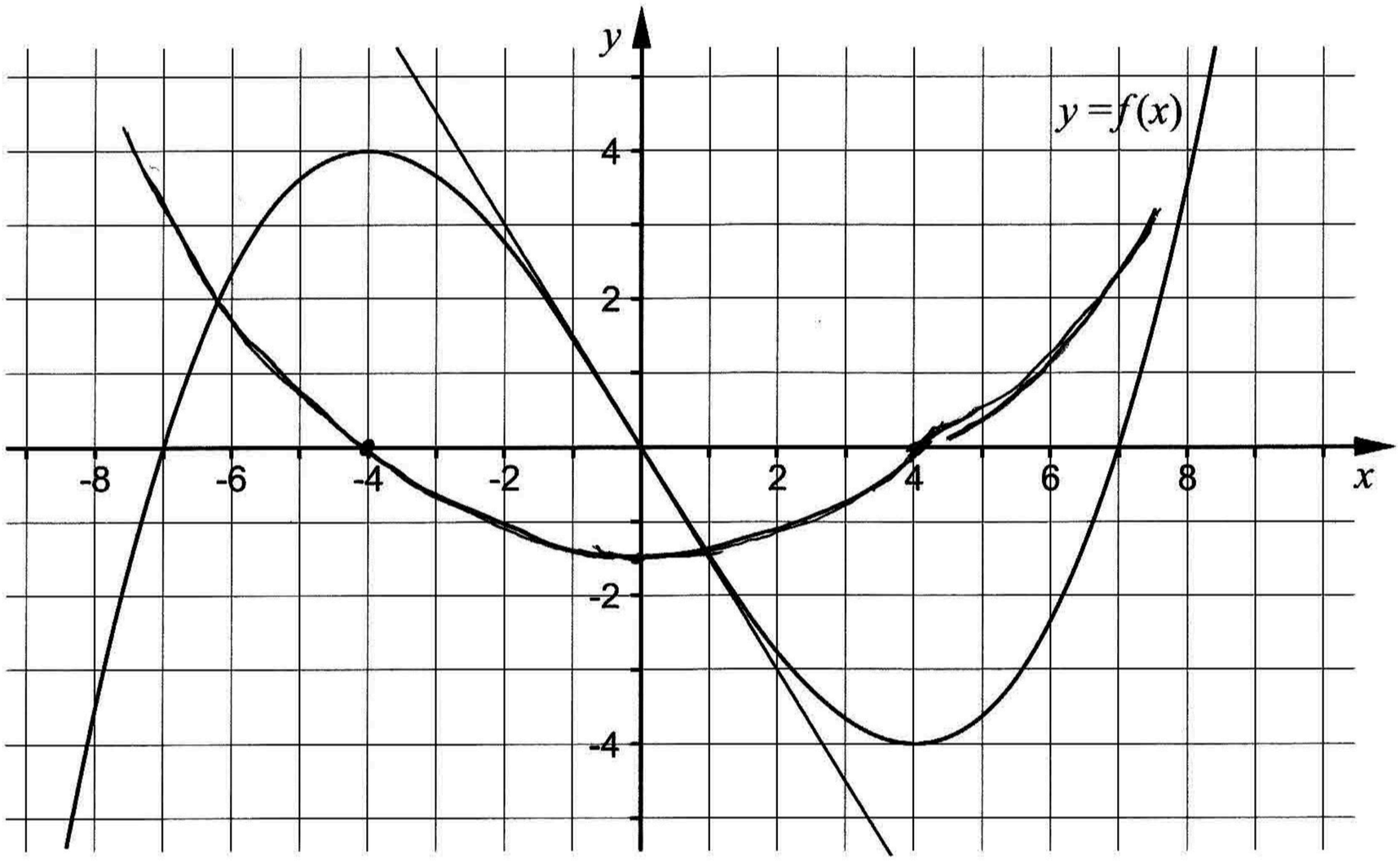
Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 6c

Elevlösning 1 (1 C_B och 1 A_B)



Kommentar: Elevlösningen uppfyller kravet på nollställenas placering och har formen av en andragradskurva med minimipunkt i $(0;-1{,}5)$. Sammantaget ges lösningen en begrepps-poäng på C-nivå och en begreppspoäng på A-nivå.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Uppgift 11b

Elevlösning 1 (1 C_R)

Eftersom x^3 är positivt så är det B!

Elevlösning 2 (1 C_R)

$f(x) = 5(x-2)(x+2)^2$

$f(1) = 5(1-2)(1+2)^2 = 5 \cdot (-1)(9) = -45$

vilket ger figur B

Elevlösning 3 (1 C_R)

Svar: B, eftersom det blir en dubbelrot vid -2 istället för 2. Det blir en dubbelrot där eftersom den inte korsar x-axeln utan bara nuddar den

Elevlösning 4 (1 C_R)

$f(x) = 5(x-2)(x+2)^2 = 5(x-2)(x^2+4x+4)$

$= (5x-10)(x^2+4x+4)$

$= 5x^3 + 20x^2 + 20x - 10x^2 - 40x - 40$

$= 5x^3 + 10x^2 - 20x - 40$

$f'(x) = 15x^2 + 20x - 20$

$f'(3) = 15 \cdot 9 + 20 \cdot 3 - 20 = 135 + 40 = 175$

Derivatan är positiv (175). Det stämmer på B-figuren. A-figuren har negativ derivata där.

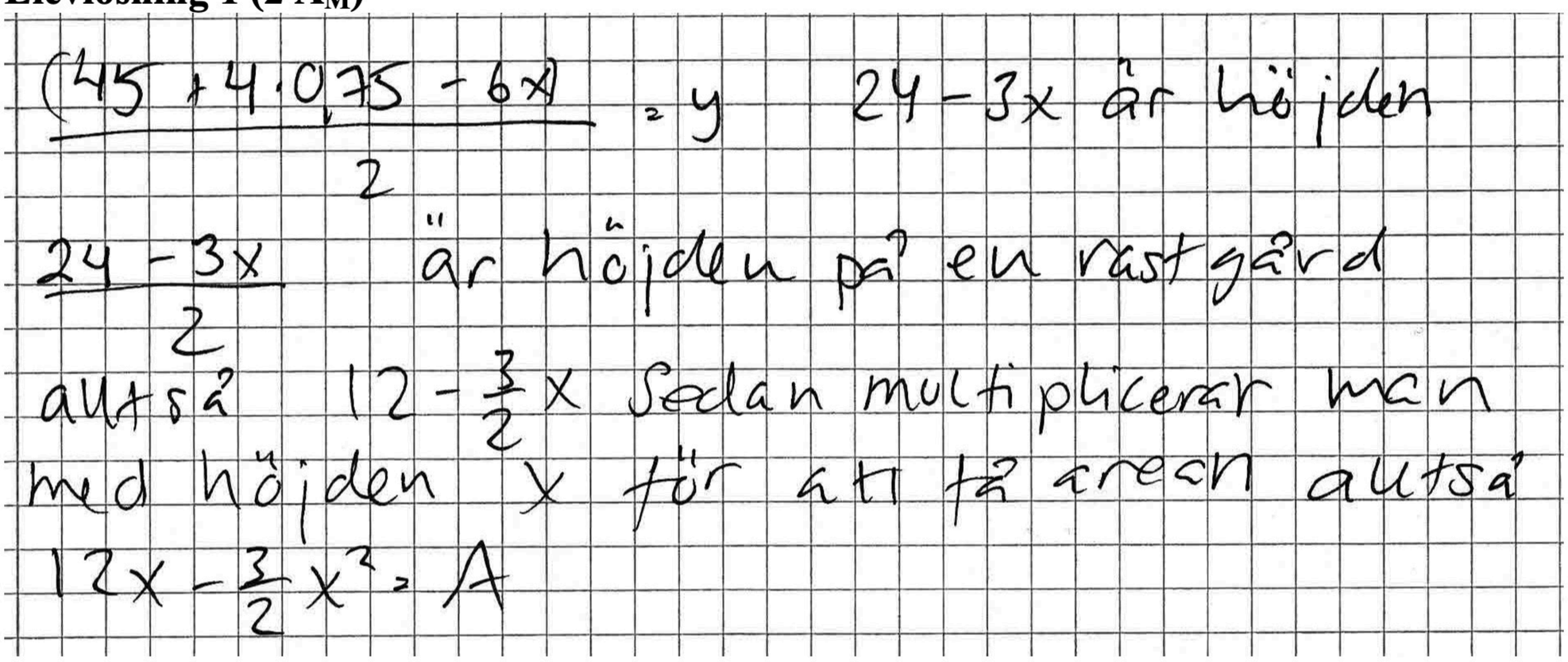
Kommentar: Elevlösning 1, 2, 3 och 4 visar olika typer av godtagbara resonemang som stödjer att figur B är korrekt. Var och en av elevlösningarna ges en resonemangspoäng på C-nivå.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

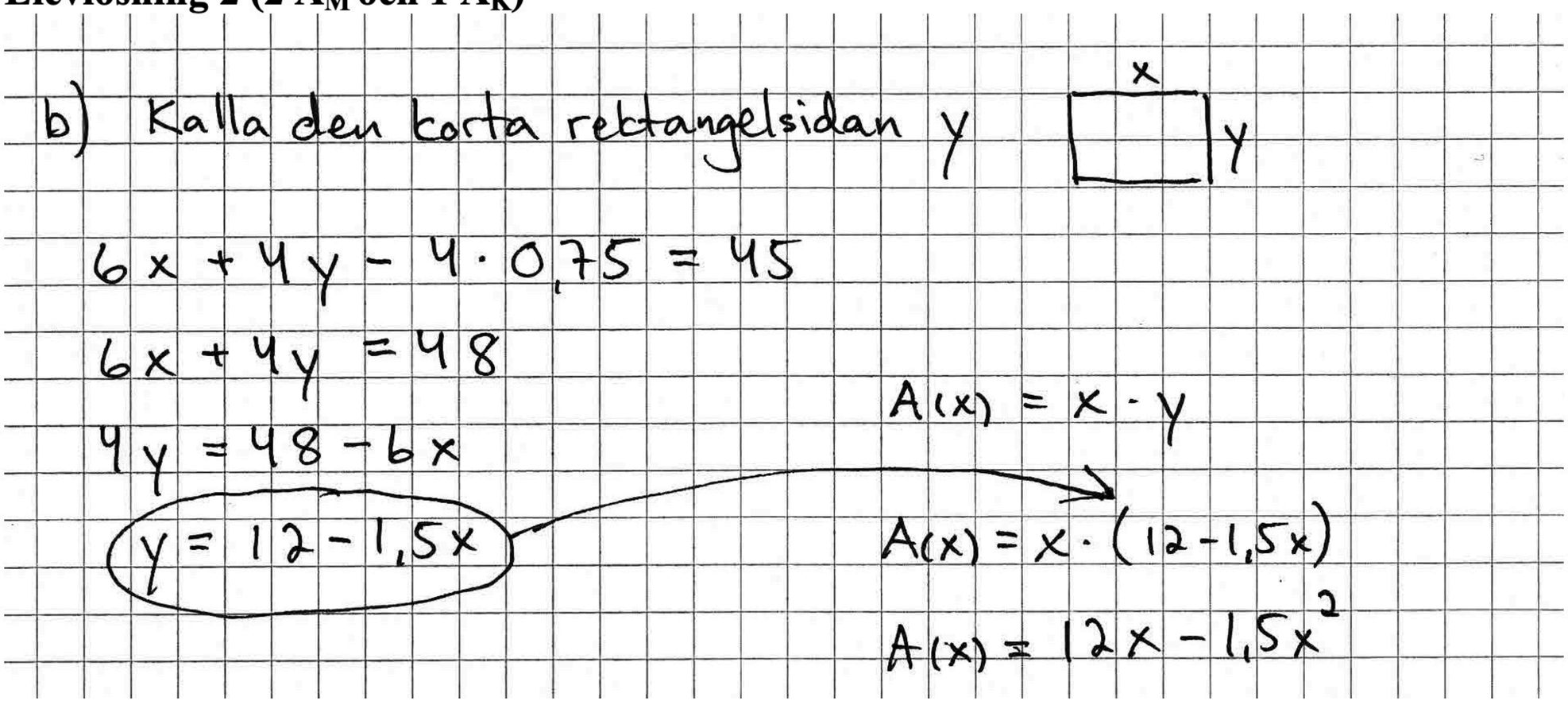
Uppgift 12b

Elevlösning 1 (2 A_M)



Kommentar: Lösningen är korrekt och ges därmed två modelleringspoäng på A-nivå. Eftersom lösningen inte innehåller någon figur med införda beteckningar, saknar motivering till varför $y=\frac{45+4\cdot0,75-6x}{2}$ och termen ”höjd” används med tre olika betydelser, blir den svår att följa och förstå. Därmed uppfyller inte elevlösningen kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A_M och 1 A_K)



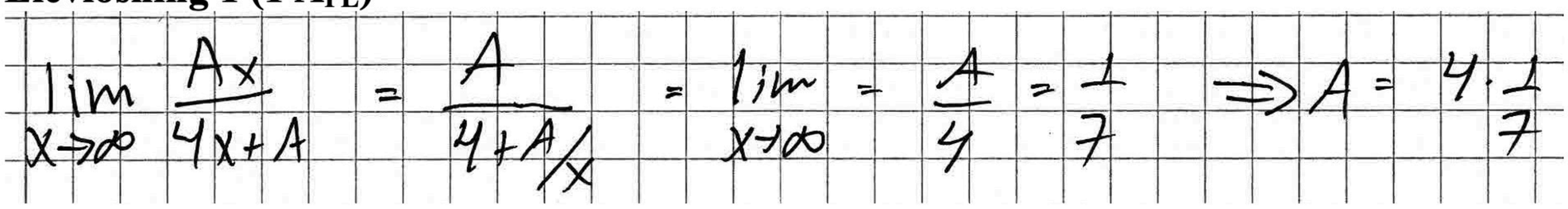
Kommentar: Elevlösningen är korrekt och ges därmed två modelleringspoäng på A-nivå. Den innehåller en figur som inte helt förklarar sambandet på andra raden. Trots detta bedöms lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

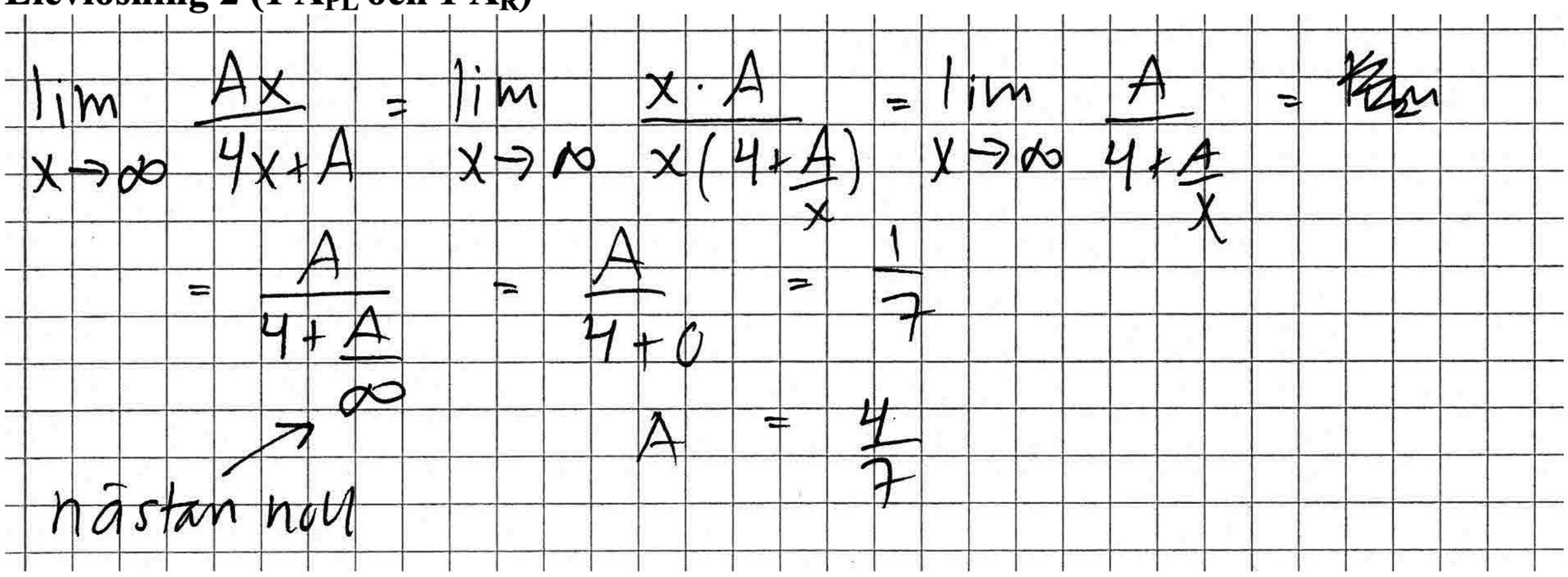
Uppgift 15

Elevlösning 1 (1 A_{PL})



Kommentar: I elevlösningen bestäms ett korrekt värde på konstanten *A*. Motivering till varför $\frac{A}{x} \to 0$ saknas och lösningen innehåller felaktig hantering av symbolen $\lim_{x\to\infty}$. Sammantaget ges lösningen en problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1 A_{PL} och 1 A_R)



Kommentar: I elevlösningen visas hur *A* bestäms och resultatet motiveras av att $\frac{A}{\infty}$ är nästan noll. Lösningen är inte formellt korrekt eftersom *x* ersätts med ∞. Således används inte symbolen ∞ med god anpassning till syfte och situation. Sammantaget ges lösningen en problemlösnings- och en resonemangspoäng på A-nivå, men inte kommunikationspoäng på A-nivå.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Elevlösning 3 (1 A_{PL} och 1 A_K)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{Ax}{4x+A}=\lim_{x\to\infty}\frac{A}{4+\frac{A}{x}}=\frac{A}{4}$$

Då är $\frac{A}{4}=\frac{1}{7}$, dvs $A=\frac{4}{7}$

Svar: $\frac{4}{7}$

Kommentar: I elevlösningen visas hur ett korrekt värde på konstanten *A* bestäms, men motivering till varför $\frac{A}{x}\to 0$ saknas. Elevlösningen visar på en kommunikationsmässigt korrekt hantering av gränsvärdet och är trots den saknade motiveringen lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen en problemlösningspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 4 (1 A_{PL}, 1 A_R och 1 A_K)

$$\lim\frac{Ax}{4x+A}=\frac{1}{7}$$

Vid väldigt stora tal x kan $\frac{Ax}{4x+A}$ skrivas som $\frac{Ax}{4x}=\frac{A}{4}$ eftersom A blir försumbart

Då blir $\frac{A}{4}=\frac{1}{7}$ och $A=\frac{4}{7}$

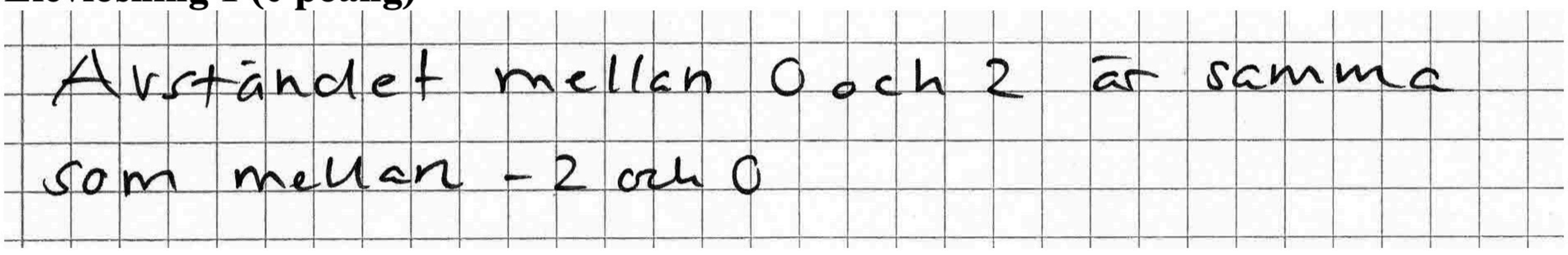
Kommentar: I elevlösningen visas hur konstanten *A* korrekt bestäms och resultatet styrks av att eleven motiverar varför gränsvärdet blir $\frac{A}{4}$. Eftersom x är definierat som ett stort tal (och inte ersätts med ∞, se elevlösning 2) uppstår inga formella oegentligheter vid förkortningen: $\frac{Ax}{4x}=\frac{A}{4}$. Elevlösningen visar därmed på en formellt korrekt hantering och är lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen alla de poäng som uppgiften kan ge, inklusive en kommunikationspoäng på A-nivå.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

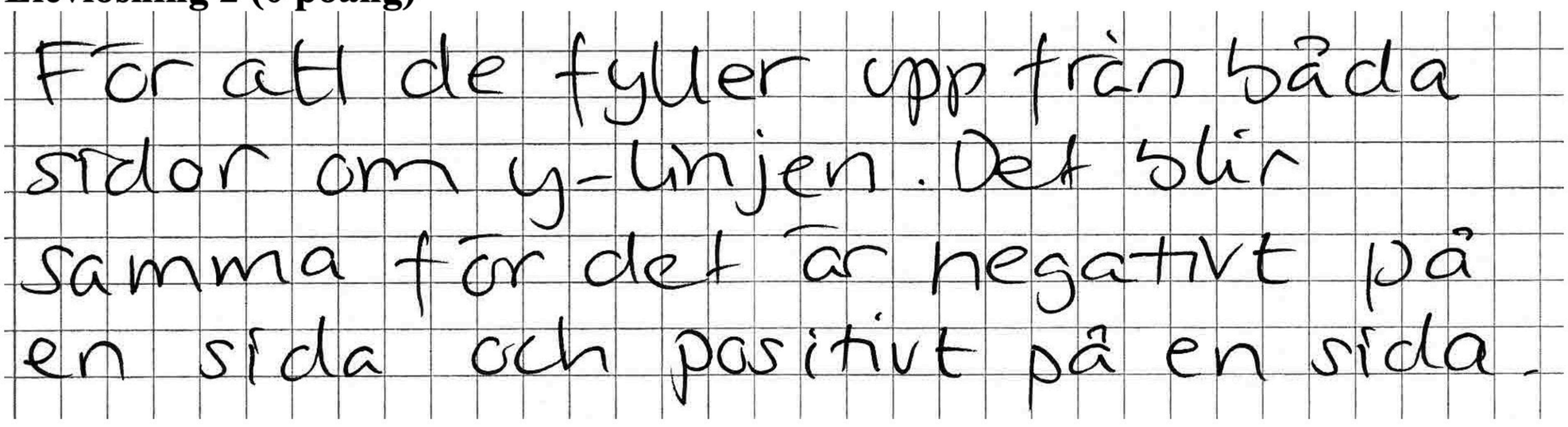
Uppgift 18a

Elevlösning 1 (0 poäng)



Kommentar: Elevlösningen innehåller varken hänvisning till lika stora areor eller till andragradskurvans symmetriegenskaper. Lösningen ges därmed 0 poäng.

Elevlösning 2 (0 poäng)



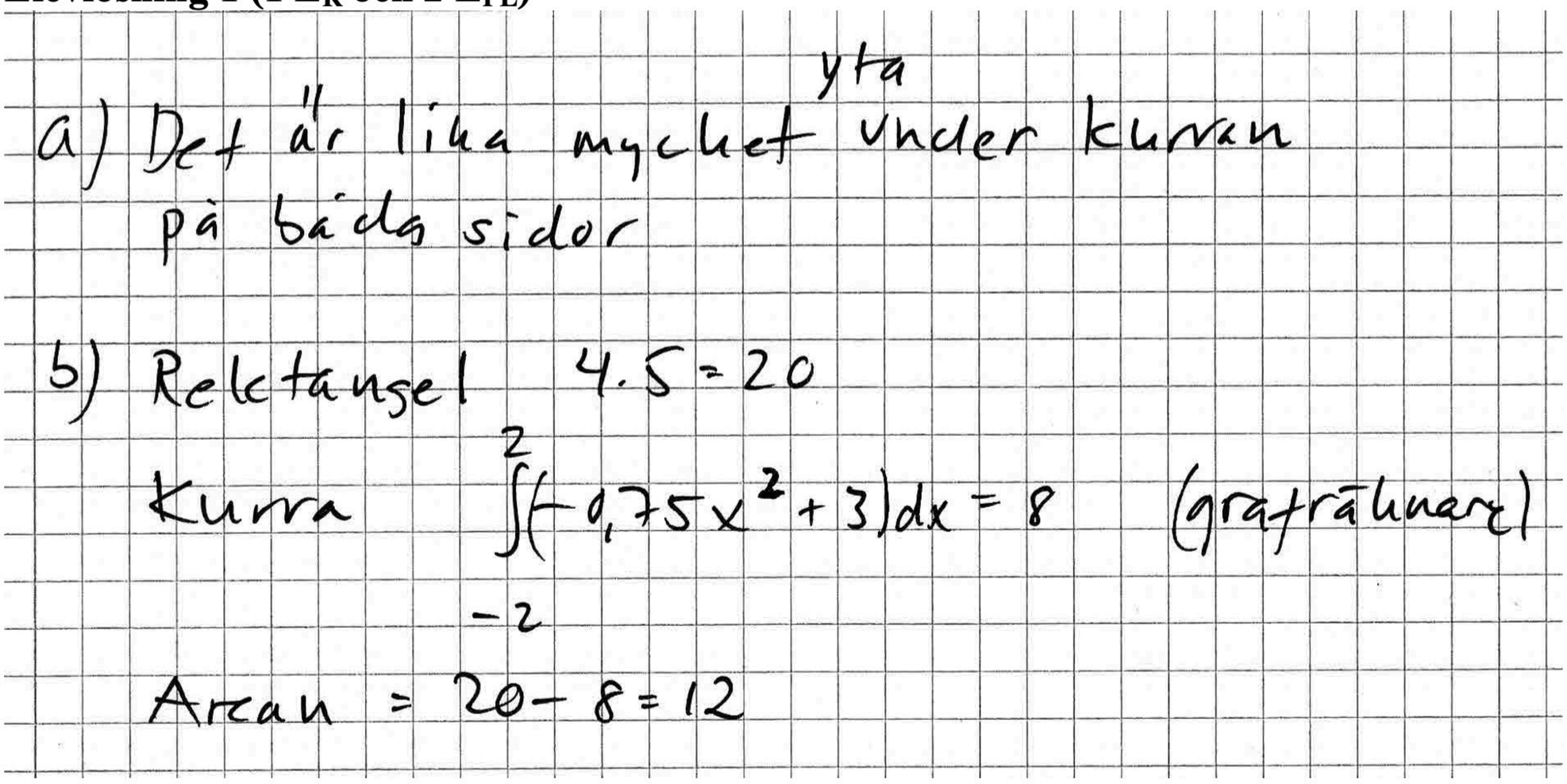
Kommentar: Elevlösningen innehåller varken hänvisning till lika stora areor eller till andragradskurvans symmetriegenskaper. Lösningen ges därmed 0 poäng.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Uppgift 18

Elevlösning 1 (1 E_R och 2 E_{PL})



Kommentar: I a)-uppgiften hänvisas till lika stora areor men inte till symmetriegenskaper hos $f(x) = -0{,}75x^2 + 3$ relativt y-axeln. Därmed uppfyller lösningen kraven för resonemangspoängen på E-nivå, men inte kraven för resonemangspoängen på C-nivå.

Lösningen till b)-uppgiften är korrekt och utförs med grafräknare. När det gäller kommunikationen för uppgift 18 som helhet, uppfyller denna lösning inte kraven för kommunikationspoäng på C-nivå eftersom ”yta” används istället för ”area”, det framgår inte vilken funktion på grafräknaren som använts vid integralberäkningen och areaenheter saknas.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Elevlösning 2 (1 E_R, 1 C_R, 2 E_{PL} och 1 C_K)

a) Eftersom det är en andragradskurva med maxpunkt på y-axeln kommer arean att vara lika stor på båda sidor om y-axeln.

b) Arean hos rektangeln: $5 \cdot 4 = 20$ a.e.

Arean under kurvan:

$$2\int_0^2 (-0{,}75x^2 + 3) = 2 \cdot 4 = 8 \text{ a.e.}$$

$$y_1 = -0{,}75x^2 + 3$$

calc 7: $\int f(x)dx$ ger 8

Arean hos området som söks 20 − 8 a.e = 12 a.e.

Kommentar: I a)-uppgiften dras en korrekt slutsats baserat på att andragradskurvan har en maximipunkt på *y*-axeln. Det framgår dock inte tydligt av lösningen att en andragradskurva med maximipunkt på *y*-axeln är symmetrisk och att det i sin tur medför att arean blir lika stor på båda sidor om *y*-axeln. Resonemanget bedöms därmed nätt och jämnt uppfylla kravet för resonemangspoängen på C-nivå.

Även b)-uppgiften löses korrekt och här används grafräknaren för att bestämma arean under kurvan. Det visas vilken funktion på grafräknaren som använts för att bestämma integralen.

Eftersom $\int_0^2 (-0{,}75x^2 + 3)\mathrm{d}x$ bestäms på grafräknaren borde det stå att räknaren ger 4 a.e. och inte 8.a.e.

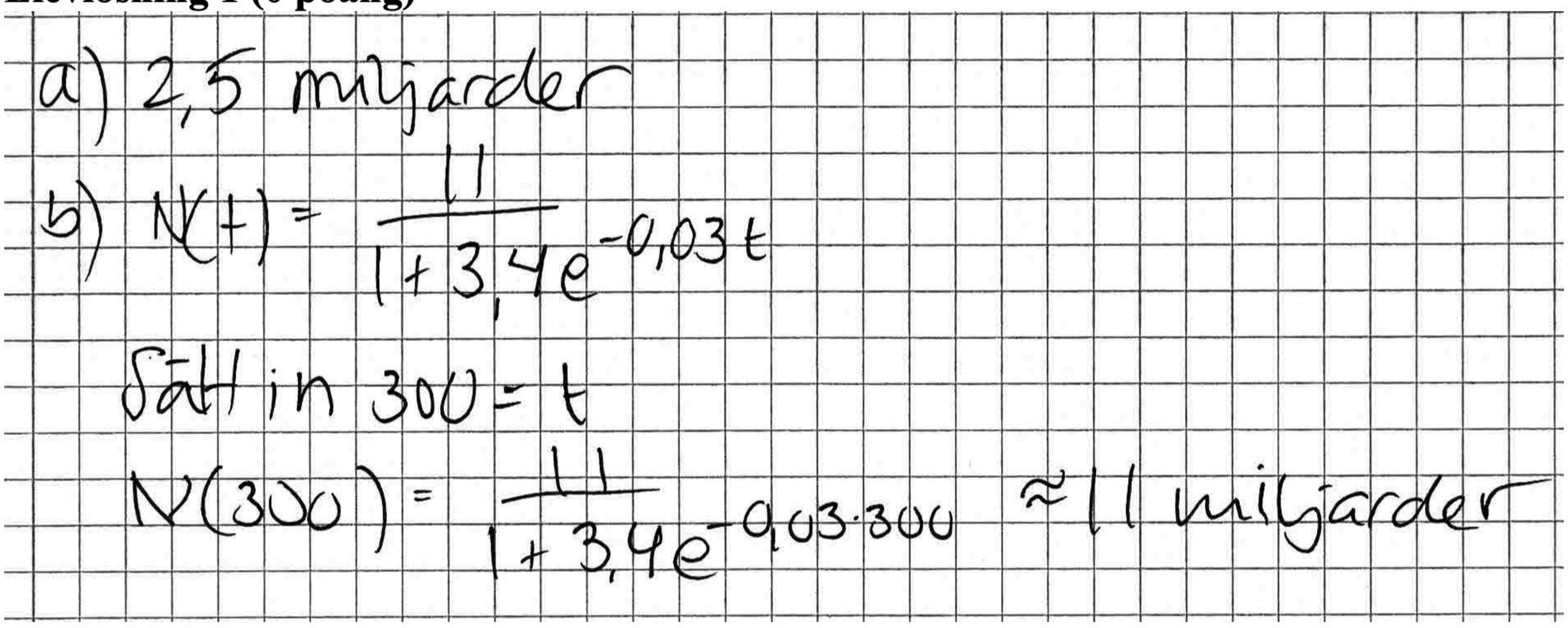
När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå trots att ”d*x*” saknas i integralen, a)-uppgiften innehåller en otydlighet och påståendet att räknaren ger 8 a.e. är felaktigt. Därmed anses kraven för en kommunikationspoäng på C-nivå nätt och jämnt vara uppfylld. Sammantaget bedöms denna elevlösning ge alla poäng som uppgiften kan ge.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Uppgift 20

Elevlösning 1 (0 poäng)

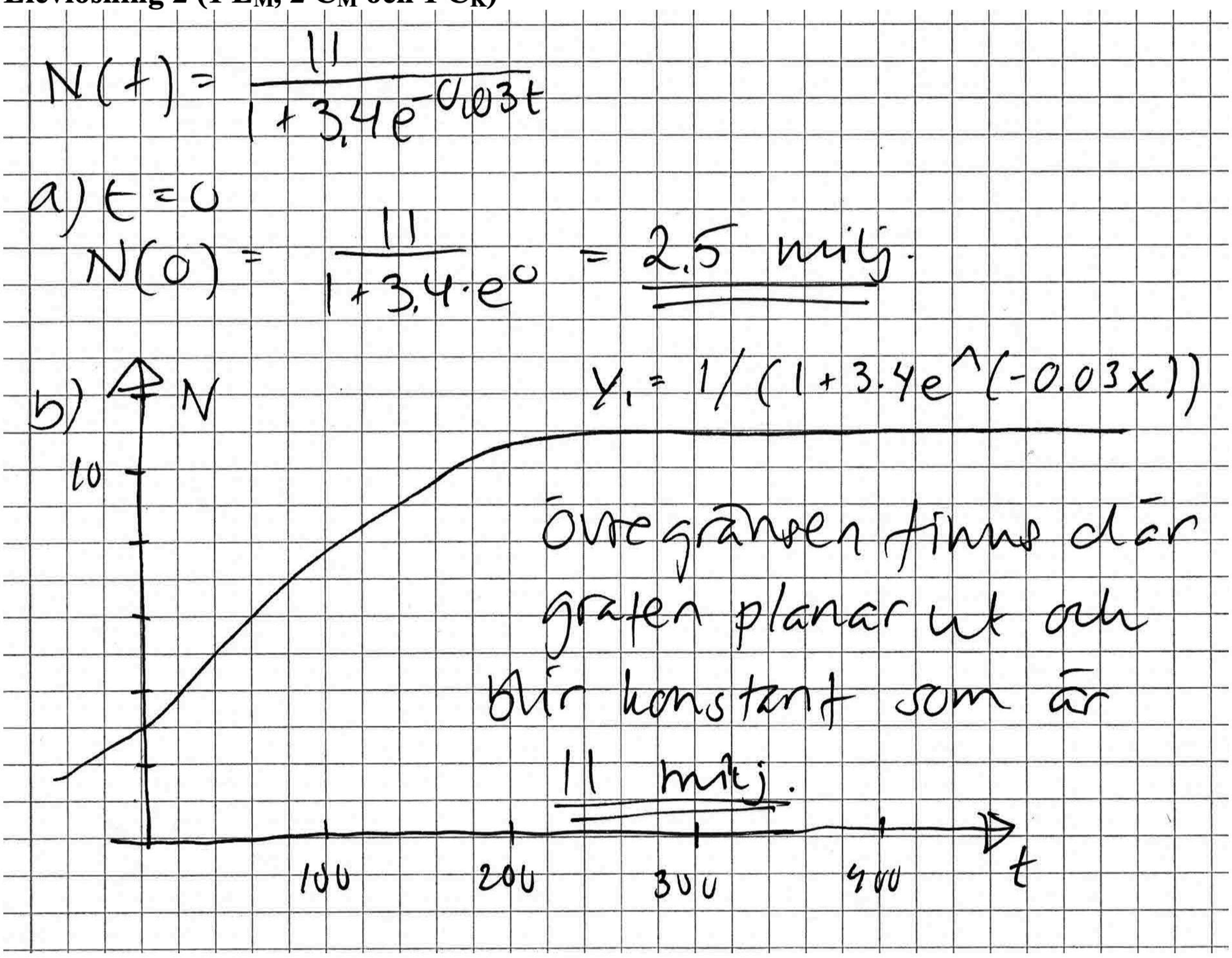


Kommentar: Redovisning saknas helt på a)-uppgiften. Eftersom enbart ett värde beräknas i b)-uppgiften framgår det inte att antalet människor *närmar sig* 11 miljarder. Lösningen till både a)- och b)-uppgiften ges därmed 0 poäng.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Elevlösning 2 (1 E_M, 2 C_M och 1 C_K)

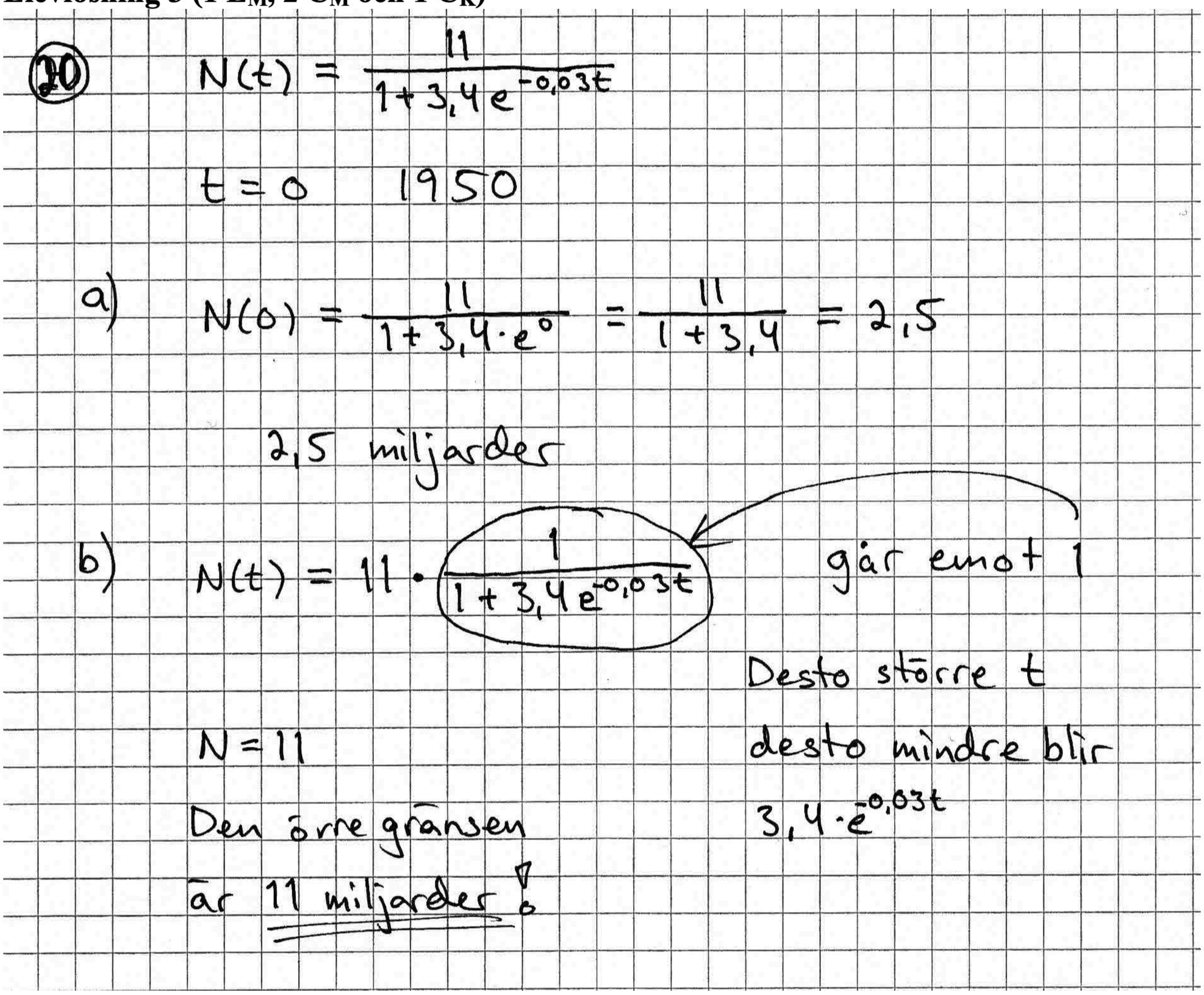


Kommentar: Elevlösningen visar godtagbara lösningar till både a)- och b)-uppgiften och ges en modelleringspoäng på E-nivå och två modelleringspoäng på C-nivå. När det gäller kommunikation är grafen inte helt korrekt ritad, den borde närma sig 11 miljarder snabbare än vad som framgår i figuren. Påståendet att ”grafen planar ut och blir konstant” är inte korrekt, även om det ser ut så i grafräknarfönstret. Svaret anges i ”milj.” vilket är tvetydigt. För övrigt är lösningen till uppgift a) och b) möjlig att följa och förstå och visar på en godtagbar symbolhantering. Sammantaget bedöms därmed kraven för kommunikationspoäng på C-nivå vara nätt och jämnt uppfyllda.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

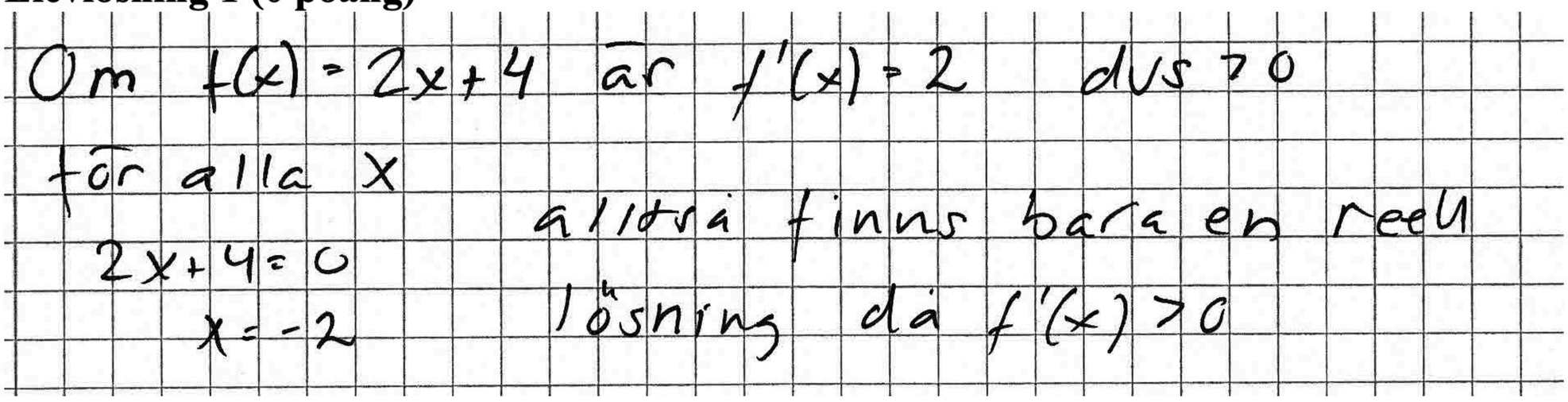
Elevlösning 3 (1 E_M, 2 C_M och 1 C_K)



Kommentar: Elevlösningen visar godtagbara lösningar till både a)- och b)-uppgiften och ges en modelleringspoäng på E-nivå och två modelleringspoäng på C-nivå. Symbolhantering och matematisk terminologi är godtagbar och lösningen är möjlig att följa och förstå och därmed ges elevlösningen även en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösning 1 (0 poäng)



Kommentar: Eftersom slutsatsen baseras på ett specialfall och inte en generell behandling ges elevlösningen noll poäng.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Elevlösning 2 (1 A_R)

Om grafen aldrig har negativ lutning ($= f'(x) > 0$) så kan den bara skära x-axeln ($f(x) = 0$) max en gång, eftersom efter den skurit x-axeln så kommer värdet bara att öka (grafen går uppåt).

Kommentar: I elevlösningen dras slutsatsen att grafen skär x-axeln en gång men att detta i sin tur innebär att ekvationen $f(x) = 0$ har en reell lösning anges inte. Elevlösningen bedöms därmed uppfylla kraven för den första resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösning 3 (2 A_R)

$f'(x) > 0$ för alla x

↓

Om $f'(x) > 0$ så är $f(x)$ bara växande.

⇒ Alltså inga max- eller minpunkter.

Ingen terrasspunkt heller. Då finns det en reell lösning för $f(x) = 0$ och det är där funktionen skär x-axeln.

Kommentar: I elevlösningen ges ett resonemang som leder fram till den korrekta slutsatsen att ekvationen har en reell lösning. Informationen ”alltså inga max- eller minpunker. Ingen terrasspunkt heller” är inte nödvändig för att resonemanget ska anses vara fullständigt men tydliggör resonemanget. Lösningen bedöms uppfylla kraven för två resonemangspoäng på A-nivå.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (1 A_{PL})

$V(t) = 0,10t^3 - 1,23t^2 + 6,51t + 3,72$

$V'(t) = 0,30t^2 - 2,46t + 6,51$

t	$V'(t)$
0	$= 0,30 \cdot 0^2 - 2,46 \cdot 0 + 6,51 = 6,51$
1	$= 0,30 \cdot 1^2 - 2,46 \cdot 1 + 6,51 = 4,35$
2	$= 0,30 \cdot 2^2 - 2,46 \cdot 2 + 6,51 = 2,79$
3	$= 0,30 \cdot 3^2 - 2,46 \cdot 3 + 6,51 = 1,83$
4	$= 0,30 \cdot 4^2 - 2,46 \cdot 4 + 6,51 = 1,47$
5	$= 0,30 \cdot 5^2 - 2,46 \cdot 5 + 6,51 = 1,71$
6	$= 0,30 \cdot 6^2 - 2,46 \cdot 6 + 6,51 = 2,55$
7	$= 0,30 \cdot 7^2 - 2,46 \cdot 7 + 6,51 = 3,99$
8	$= 0,30 \cdot 8^2 - 2,46 \cdot 8 + 6,51 = 6,03$

Viktens ändringshastighet kan vara

$1,47 \leq V'(t) \leq 6,51$

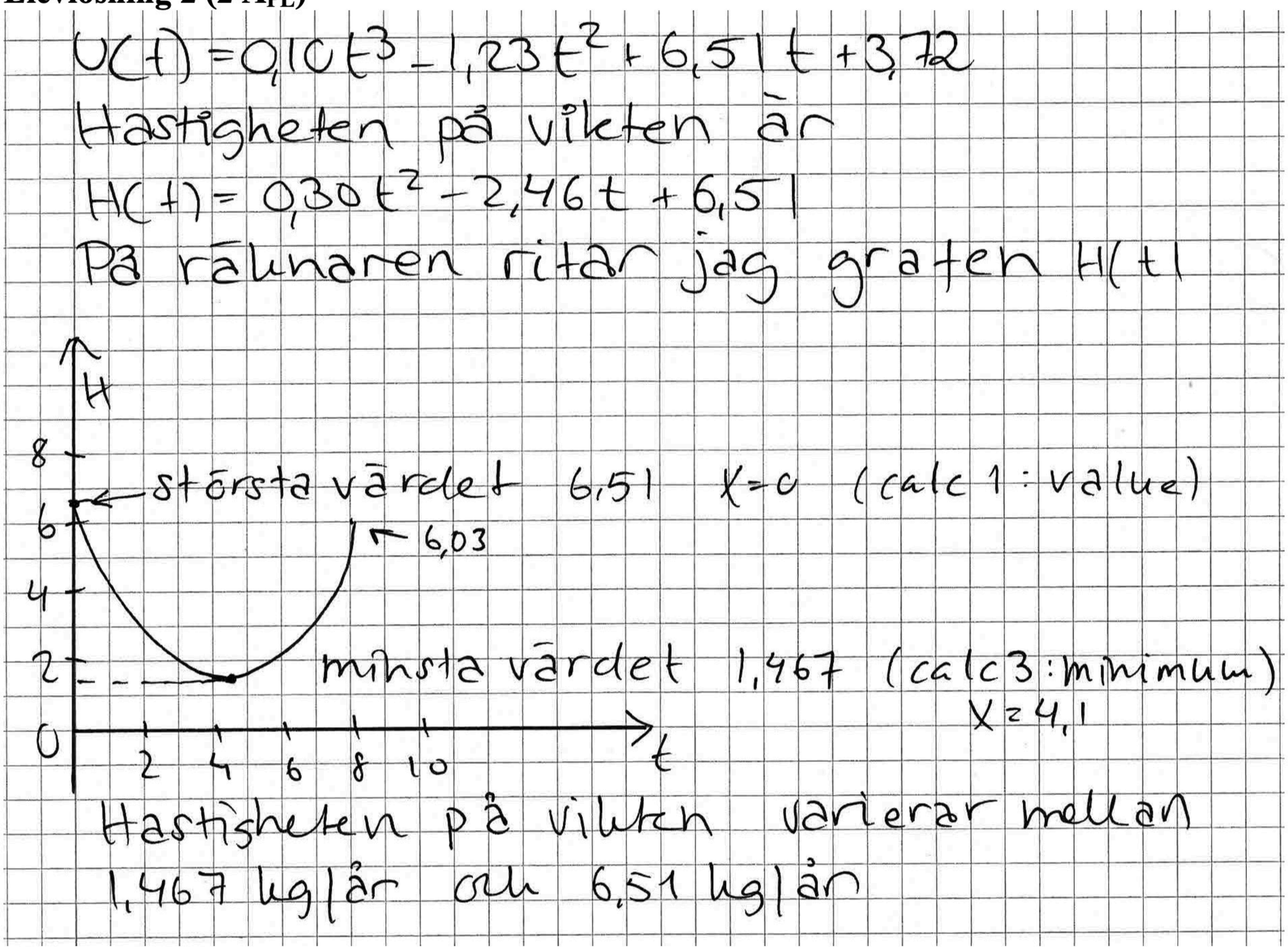
Kommentar: Elevlösningen visar insikt om att derivatans största och minsta värde ska undersökas. Lösningen visar hur ett närliggande värde till derivatans minimum erhålls med hjälp av heltalsprövning. Denna prövning utesluter dock inte att det finns andra extremvärden till derivatan i det aktuella intervallet. Därmed finns ingen grund för slutsatsen att $1,47 \leq V'(t) \leq 6,51$*. Sammantaget ges elevlösningen första problemlösningspoängen på A-nivå.

* Däremot, om prövningen varit mer systematisk kring $t = 4$, minimum då $t = 4,1$ styrkts genom diskussion om symmetriegenskaper hos andragradsfunktionen V' och lösningen i övrigt varit godtagbar skulle två problemlösningspoäng på A-nivå kunna erhållas.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Elevlösning 2 (2 A_{PL})



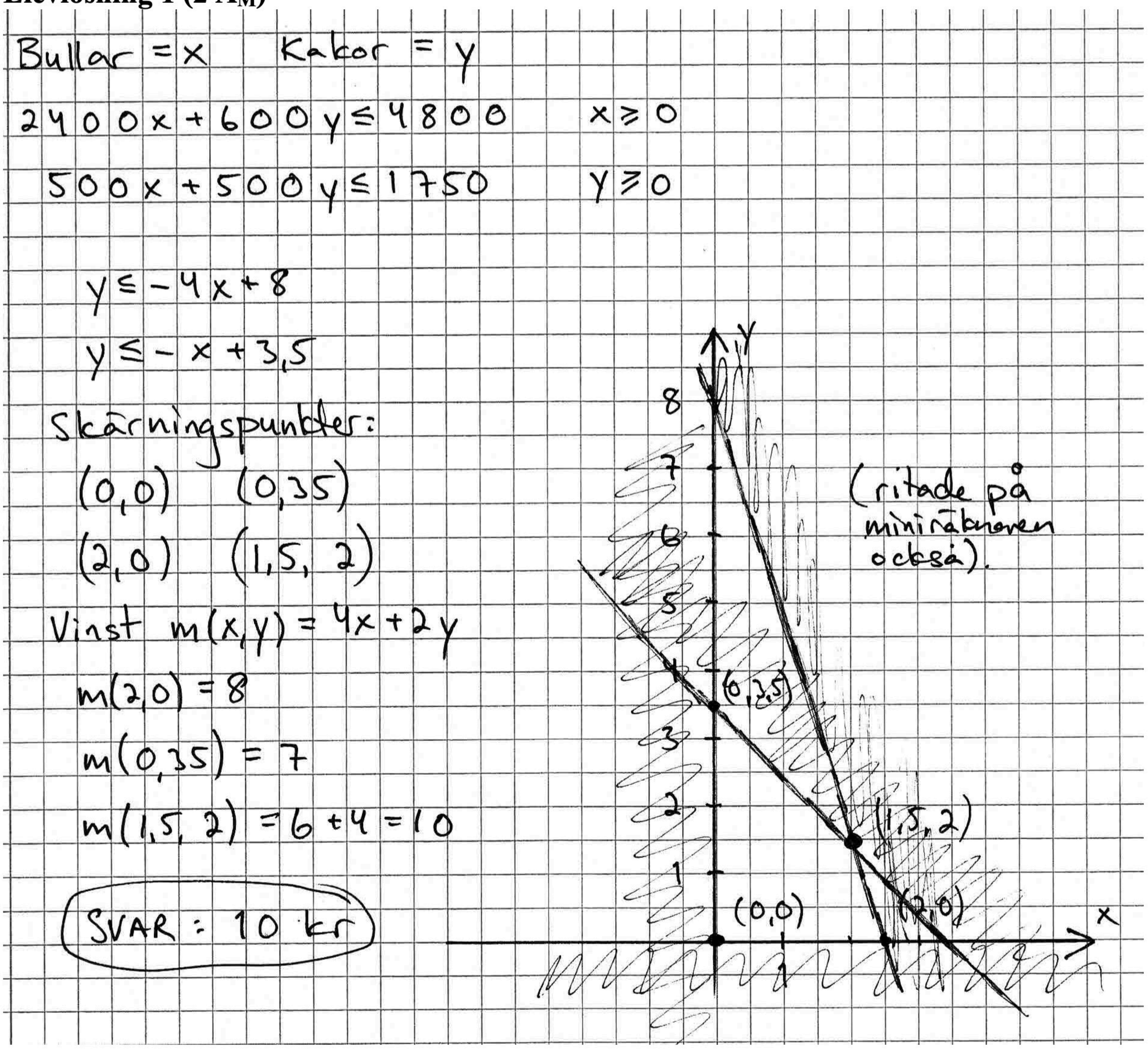
Kommentar: I elevlösningen visas hur ändringshastigheten undersöks på grafräknaren. Grafen är begränsad till det aktuella intervallet och visar insikt om vilka tre värden som ska undersökas. Det största och minsta värdet har bestämts med hjälp av grafräknaren. Elevlösningen ges två problemlösningspoäng på A-nivå.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Uppgift 24

Elevlösning 1 (2 A_M)



Kommentar: I elevlösningen tecknas olikheterna korrekt, men insikt om vad *x* och *y* står för saknas, vilket visar sig i det felaktiga svaret 10 kr. Samantaget uppfyller elevlösningen två modelleringspoäng på A-nivå.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Elevlösning 2 (3 A_M)

Vinsten 4 kr/bulle 2 kr/kaka

bullar = x kakor = y

$$\begin{cases} 2400x + 600y \leq 4800 \\ 500x + 500y \leq 1750 \\ x \geq 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\frac{2400x + 600y \leq 4800}{600}$$

$$4x + y \leq 8$$

$$y \leq 8 - 4x$$

$$\frac{500x + 500y \leq 1750}{500}$$

$$x + y \leq 3{,}5$$

$$y \leq 3{,}5 - x$$

Punkterna = (0,0) (2,0) (1,5; 2) (0; 3,5)

$V = 4x + 2y =$

$4 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 0$

$4 \cdot 2 + 2 \cdot 0 = 8$

$4 \cdot 1{,}5 + 2 \cdot 2 = 10$

$4 \cdot 0 + 2 \cdot 3{,}5 = 7$

$100 \cdot 1{,}5 = 150$ $100 \cdot 2 = 200$

$150 \cdot 4 = 600$ $200 \cdot 2 = 400$

$600 + 400 = 1000$ kr

Svar: Maximala vinsten är 1000 kr.

Kommentar: I elevlösningen tecknas olikheterna korrekt och den fortsatta lösningen leder fram till rätt svar. Därmed uppfylls kraven för tre modelleringspoäng på A-nivå. När det gäller kommunikationen framgår det inte tydligt vad *x* och *y* står för (en sats om 100 bullar (*x*) respektive en sats om 100 kakor (*y*)). I slutet av lösningen multipliceras med 100 vilket medför ett korrekt svar, men ingen förklaring till detta ges. Det framgår inte heller vilket område som är aktuellt eftersom figur saknas. Dessutom används bråkstreck felaktigt. Lösningen uppfyller därmed inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Elevlösning 3 (3 A_M och 1 A_K)

Butter 100 st

2400 g mjöl

500 g smör

4 kr vinst

Kaker 100 st

600 g mjöl

500 g smör

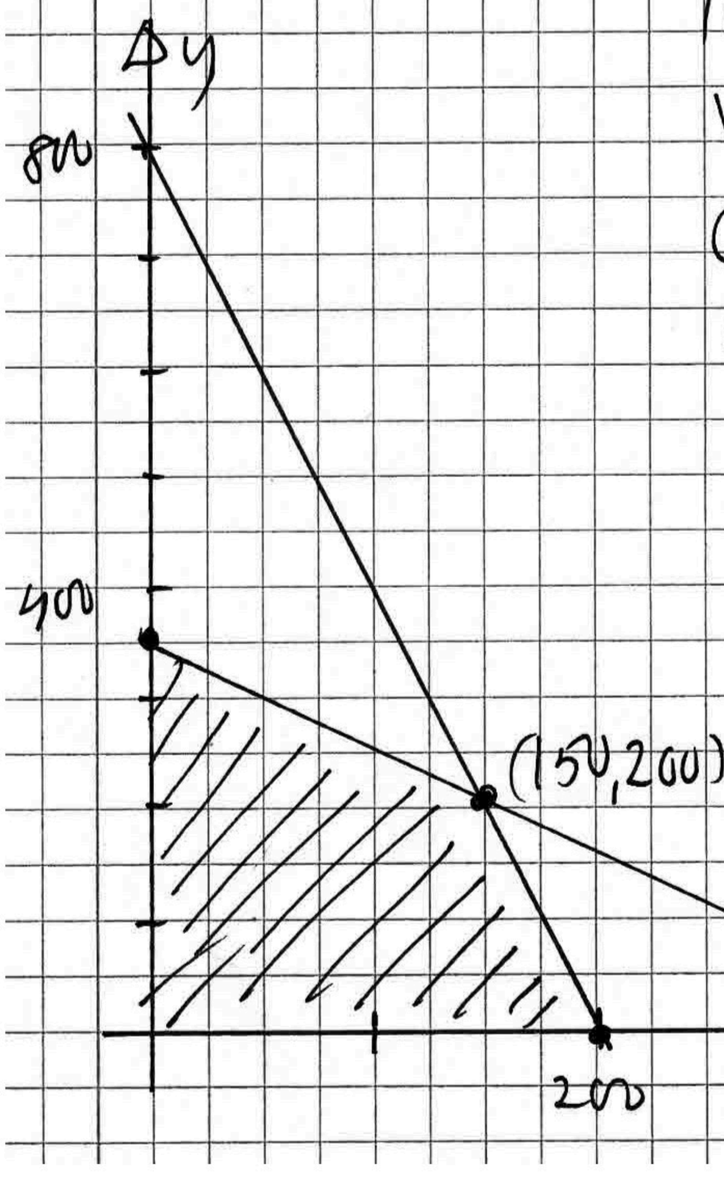
2 kr vinst

x = antal butter y = antal kaker

mjöl	$24x$	+	$6y$	$\leq$	4800
smör	$5x$	+	$5y$	$\leq$	1750

Vinstfunktion $4x + 2y$

Rätar $4x + y = 800$ och $x + y = 350$



Intersect ger att linjerna skär varandra i (150, 200)

Olikheterna ger det streckade området.

Vinst

(200, 0) : $4 \cdot 200 + 2 \cdot 0 = 800$ kr

(150, 200) : $4 \cdot 150 + 2 \cdot 200 = 1000$ kr

(0, 350) : $0 \cdot 150 + 2 \cdot 350 = 700$ kr

Maxvinst = 1000 kr

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt bestämning av den största vinsten, vilket motsvarar tre modelleringspoäng på A-nivå. Det framgår inte att $x \geq 0$ och att $y \geq 0$ i samband med att olikheterna tecknas, men i den tydliga figuren visas vilket område som är aktuellt och i beräkningen behandlas punkterna på axlarna. Redovisningen är i övrigt välstrukturerad, lätt att följa och förstå samt visar på korrekt användning av matematisk terminologi. Lösningen uppfyller därmed kraven för en kommunikationspoäng på A-nivå.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Kunskapskrav Matematik kurs 3b och 3c

Betyget E – Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal och skrift **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D – Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C – Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer, **inklusive avancerade och algebraiska uttryck**, och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**. omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. **Vidare kan eleven genomföra enkla matematiska bevis**. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal och skrift **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B – Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A – Eleven kan **definiera och utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer, **inklusive avancerade och algebraiska uttryck**, och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. **Vidare kan eleven genomföra matematiska bevis**. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal och skrift **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.

Centralt innehåll Matematik kurs 3b

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Algebra

A1 Begreppen polynom och rationella uttryck samt generalisering av aritmetikens lagar till hantering av dessa begrepp.
A2 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa polynomekvationer av högre grad.

Samband och förändring

F6 Användning av begreppet geometrisk summa samt linjär optimering i tillämpningar som är relevanta för karaktärsämnena.
F7 Orientering kring kontinuerlig och diskret funktion samt begreppet gränsvärde.
F8 Egenskaper hos polynomfunktioner av högre grad.
F9 Begreppen sekant, tangent, ändringskvot och derivata för en funktion.
F10 Härledning och användning av deriveringsregler för potens- och exponential-funktioner samt summor av funktioner.
F11 Introduktion av talet e och dess egenskaper.
F12 Algebraiska och grafiska metoder för bestämning av derivatans värde för en funktion.
F13 Algebraiska och grafiska metoder för lösning av extremvärdesproblem inklusive teckenstudium och andraderivatan.
F14 Samband mellan en funktions graf och funktionens första- och andraderivata.
F15 Begreppen primitiv funktion och bestämd integral samt sambandet mellan integral och derivata.
F16 Bestämning av enkla integraler i tillämpningar som är relevanta för karaktärsämnena.

Problemlösning

P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
P3 Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Allgot.se

Skapa lektioner, planeringar och material på **Allgot.se** – eller välj bland alla *tiotusentals* färdiga dokument som andra lärare skapat.